



Aprendizaje Bluebonnet

Matemáticas de secundaria

EDICIÓN 1

8.º grado

Guías para la familia

Reconocimiento

Gracias a todos los educadores y partes interesadas de Texas que apoyaron el proceso de revisión y proporcionaron sus comentarios. Estos materiales son el resultado del trabajo de muchas personas y estamos profundamente agradecidos por sus contribuciones.

Aviso

Estos recursos de aprendizaje se han creado para los estudiantes de Texas, están alineados con los conocimientos y habilidades esenciales de Texas y están disponibles de conformidad con el Capítulo 31, Subcapítulo B-1 del Código de Educación de Texas.

Si tiene alguna pregunta sobre el producto o desea informar un error, envíe un correo electrónico a openeducationresources@tea.texas.gov.



Guía para la familia

CARTA PARA LA FAMILIA



**Aprendizaje
Bluebonnet**

Matemáticas de secundaria

Edición 1

8.º grado

Estimada familia:

Sabemos que aprender fuera del salón de clases es fundamental para el éxito del estudiante en la escuela. Esta carta sirve como introducción a los recursos diseñados para ayudarlos a hablar con el estudiante sobre lo que está aprendiendo. Los recursos disponibles incluyen:

- Guía para la familia del curso
- Guías para la familia del tema
- Resumen del tema
- Glosario de matemáticas

Guía para la familia del curso

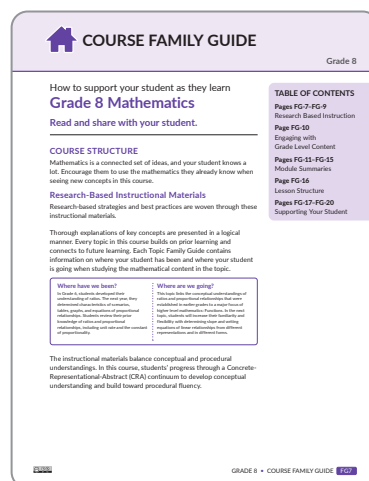
A continuación de esta carta, hay una Guía para la familia del curso que los guiará por el enfoque de enseñanza basada en la investigación, cómo está estructurado el curso, cómo romper mitos matemáticos, emplear Temas de discusión de la Guía para la familia del curso y usar los estándares de procesos matemáticos TEKS para iniciar debates.

La investigación y la experiencia en el salón de clase guiaron el desarrollo del curso, con la base de un entendimiento científico de cómo aprenden las personas y en un conocimiento realista de cómo aplicar esa ciencia a los materiales didácticos de las matemáticas. Los elementos de diseño didácticos que se presentan en la Guía para la familia del curso incorporan estrategias basadas en la investigación para desarrollar solucionadores de problemas creativos y con comprensión conceptual.

La Guía para la familia del curso proporciona un contenido general de la estructura del curso. El curso consiste de un componente Aprender juntos y un componente Aprender individualmente. El docente facilita una experiencia de aprendizaje colaborativo durante los días de Aprender juntos y utiliza información para abordar destrezas específicas en los días de Aprender individualmente.

Después, la Guía para la familia del curso incluye el Contenido general de cada módulo en el curso, que incluye un resumen detallado de lo que el estudiante estudiará en cada tema dentro del módulo. Debajo del resumen de los temas hay datos e información que conectan los conceptos con la realidad. Lean y debatan la información debajo del resumen del tema con su estudiante y regrese a estas páginas a medida que su estudiante avanza de un tema al otro dentro de cada módulo.

La Guía para la familia del curso también resalta la estructura de la lección. Cada lección está estructurada de la misma manera e incluye cuatro partes: Objetivos y Pregunta esencial, Inicio, Actividades y Demuestra lo que sabes.



Guía para la familia del tema

Cada curso se organiza en módulos. Cada módulo está conformado de temas con las Guías para la familia del tema correspondientes. Estas guías tienen las mismas estructuras. Esta consistencia le permitirá a usted y su estudiante comprender cómo hacer referencia al contenido de cada tema.

La Guía para la familia del tema comienza con un contenido general del contenido del tema. Esta introducción incluye una breve explicación de lo que aprenderá su estudiante en este tema, el contenido previo que empleará para ayudar a comprender este tema y una conexión con un aprendizaje futuro.

La siguiente sección de la Guía para la familia del tema es la sección Temas de discusión. La sección Temas de discusión proporciona preguntas que puede hacer a medida que su estudiante avanza en la matemática del tema.

TALKING POINTS

DISCUSS WITH YOUR STUDENT

You can further support your student's learning by asking questions about the work they do in class or at home. Your student is becoming familiar with movements (called *transformations*) of geometric figures and reasoning about these movements.

QUESTIONS TO ASK

- How does this problem look like something you did in class?
- Can you show me the strategy you used to solve this problem? Do you know another way to solve it?
- Does your answer make sense? How do you know?
- Is there anything you don't understand? How can you use today's lesson to help?



MYTH

"Asking questions means you don't understand."

It is universally true that for any given body of knowledge, there are levels to understanding. For example, you might understand the rules of baseball and follow a game without trouble. However, there is probably more to the game that you can learn. For example, do you know the 23 ways to get on first base, including the one where the batter strikes out?

Questions don't always indicate a lack of understanding. Instead, they might allow you to learn even more on a subject that you already understand. Asking questions may also give you an opportunity to ensure that you understand a topic correctly. Finally, questions are extremely important to ask yourself. For example, everyone should be in the habit of asking themselves, "Does that make sense? How would I explain it to a friend?"

#mathmythbusted

Luego, la Guía para la familia del tema enumera todo el vocabulario clave nuevo del tema y detalla algunas de las estrategias de matemática que los estudiantes aprenderán en este tema. Finalmente, cada Guía para la familia del tema contiene un Mito matemático. Romper estos Mitos matemáticos ayuda a desarrollar la confianza y explicar cómo la matemática es accesible para todos.

Resumen del tema

Se proporciona un resumen del tema para los estudiantes al final de cada tema. El Resumen del tema enumera todo el vocabulario clave nuevo del tema y proporciona un resumen de cada lección. Cada resumen de la lección define el vocabulario clave nuevo y repasa conceptos clave, estrategias y ejemplos prácticos. El Resumen del tema proporciona una oportunidad para ustedes y su estudiante de debatir los conceptos clave de cada lección, revisar los ejemplos y hacer los cálculos juntos.

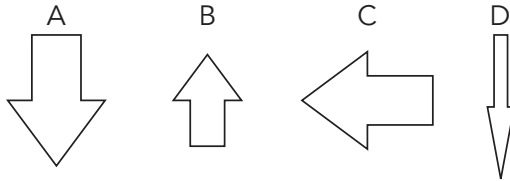
LESSON 1

Introduction to Congruent Figures

Figures that have the same size and shape are **congruent figures**. When two figures are congruent, all corresponding sides and all corresponding angles have the same measures. **Corresponding sides** are sides that have the same relative position in geometric figures. **Corresponding angles** are angles that have the same relative position in geometric figures.

When two figures are congruent, you can obtain one figure by a combination of sliding, flipping, and spinning the figure until it lies on the other figure.

For example, Figure A is congruent to Figure C, but it is not congruent to Figure B or Figure D.



Hay evidencia de los estándares del proceso matemático TEKS presente en el Resumen de los temas. Cada lección dentro del tema resalta uno o más de los estándares del proceso matemático TEKS. Estos procesos ayudarán al estudiante a desarrollar destrezas de comunicación y colaboración efectivas que son esenciales para convertirse en un aprendiz exitoso. Discuta con su estudiante las declaraciones de “Yo puedo” asociados con cada uno de los estándares del proceso matemático TEKS para ayudarlo a desarrollar su aprendizaje y comprensión de las matemáticas. Las declaraciones de “Yo puedo” para cada uno de los estándares del proceso matemático TEKS se incluyen en la Guía para la familia del curso. Con su ayuda, su estudiante puede desarrollar los hábitos de un pensador matemático productivo.

Glosario de matemáticas

El glosario de matemáticas de cada curso es una herramienta para que su estudiante emplee y consulte durante su aprendizaje. Junto con la definición de una palabra de vocabulario, el glosario proporciona ejemplos para profundizar su entendimiento.

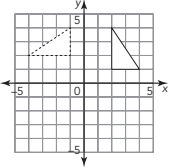
Math Glossary

A

angle of rotation

The angle of rotation is the amount of rotation, in degrees, about a fixed point, the center of rotation.

Example



The angle of rotation is 90° counterclockwise about the origin $(0, 0)$.

association

A pattern or relationship identified in a scatterplot of a two-variable data set is called an association.

bivariate data

When you collect information about two separate characteristics for the same person, thing, or event, you have collected bivariate data.

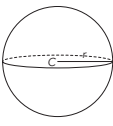
C

center of a sphere

The given point from which the set of all points in three dimensions are the same distance is the center of the sphere.

Example

Point C is the center of the sphere.



center of dilation

Todos tenemos la misma meta para su estudiante, que pueda solucionar problemas con éxito y utilice las matemáticas de forma eficiente y eficaz en la vida diaria. Anímelo a emplear las matemáticas que ya conoce al ver nuevos conceptos y comunicar sus pensamientos mientras proporciona un oído crítico a los pensamientos de los demás.

Gracias por apoyar a su estudiante.



GUÍA PARA LA FAMILIA DEL CURSO

8.º grado

Cómo apoyar a su estudiante mientras aprende sobre

Matemáticas de 8.º grado

Lea y comparta con su estudiante.

Instrucción basada en investigaciones

Las estrategias basadas en investigaciones y prácticas recomendadas se entrelazan a través de estos materiales educativos.

A través de explicaciones detalladas de conceptos clave presentados de manera lógica. Cada tema de este curso se basa en el aprendizaje previo y se conecta con el aprendizaje futuro. Cada Guía para la familia del tema contiene información acerca de dónde está ubicado el estudiante y hacia dónde se dirige cuando estudia el contenido matemático del tema.

Where have we been?

In Grade 6, students developed their understanding of ratios. The next year, they determined characteristics of scenarios, tables, graphs, and equations of proportional relationships. Students review their prior knowledge of ratios and proportional relationships, including unit rate and the constant of proportionality.

Where are we going?

This topic links the conceptual understandings of ratios and proportional relationships that were established in earlier grades to a major focus of higher level mathematics: Functions. In the next topic, students will increase their familiarity and flexibility with determining slope and writing equations of linear relationships from different representations and in different forms.

Los materiales educativos equilibran la comprensión conceptual y procedimental. En este curso, los estudiantes progresan a través de un continuo CRA (Concreto, representacional, abstracto) para desarrollar la comprensión conceptual y avanzar hacia la fluidez procedimental.

TABLA DE CONTENIDO

Páginas FG-7 – FG-9

Instrucción basada en investigaciones

Página FG-10

Interactuar con contenido de nivel de grado

Páginas FG-11 – FG-15

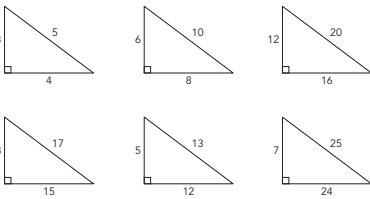
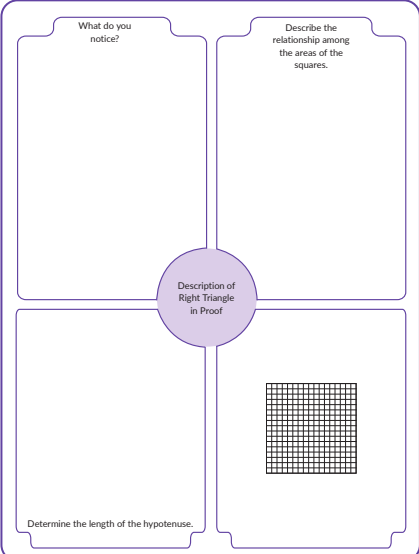
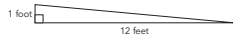
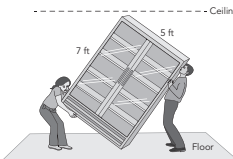
Resúmenes de los módulos

Página FG-16

Estructura de la lección

Páginas FG-17 – FG-20

Apoyar a su estudiante

Concreto	Representativo	Abstracto
<p>Los estudiantes elevan al cuadrado las longitudes de los lados de triángulos rectángulos y reconocen que la suma de los cuadrados de los dos lados más cortos es igual al cuadrado del lado más largo.</p> <p>A right triangle is a triangle with a right angle. A right angle has a measure of 90° and is indicated by a square drawn at the corner formed by the angle.</p>  <p>When you square the length of each side of the first triangle, you get $3^2 = 9$ $4^2 = 16$ $5^2 = 25$.</p> <p>When you repeat this process with the second triangle, you get $6^2 = 36$ $8^2 = 64$ $10^2 = 100$.</p>	<p>Los estudiantes usan recortes e instrucciones guiadas para explicar las pruebas del teorema de Pitágoras.</p> 	<p>Los estudiantes aplican el teorema de Pitágoras para resolver la hipotenusa o la longitud del cateto de un triángulo rectángulo en problemas matemáticos y del mundo real.</p> <p>6. A wheelchair ramp that is constructed to rise 1 foot off the ground must extend 12 feet along the ground. How long will the wheelchair ramp be?</p>  <p>7. The school's new industrial-size refrigerator is 7 feet tall and 5 feet wide. The refrigerator is lying on its side. Mason and the movers want to tilt the refrigerator upright, but they are worried that the refrigerator might hit the 8-foot ceiling. Will the refrigerator hit the ceiling when it is tilted upright?</p> 

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



Se proporciona apoyo a los estudiantes mientras perseveran en la resolución de problemas. Estos materiales educativos cuentan con un modelo de resolución de problemas, que incluye preguntas que el estudiante puede hacer cuando participa productivamente en problemas matemáticos y del mundo real. Las indicaciones invitarán al estudiante a utilizar el modelo de resolución de problemas a lo largo del curso.

Estos materiales educativos incluyen características que apoyan a los estudiantes. Los ejemplos prácticos a lo largo del producto brindan instrucción explícita y brindan un modelo al que su estudiante puede consultar de forma continua.

Cuando veas un ejemplo práctico:

- Tómate el tiempo para leerlo completo.
- Cuestiona tu propia comprensión.
- Piensa en las conexiones entre los pasos.

WORKED EXAMPLE

You can use the slope and y-intercept to determine the equation of a linear relationship.

- First, determine the slope and the y-intercept.
- Next, substitute the slope and y-intercept into the slope-intercept form of a line, $y = mx + b$.

$$m = 3$$

$$y\text{-intercept: } (0, 1)$$

$$y = mx + b$$

$$y = 3x + 1$$

The equation is $y = 3x + 1$.

Las preguntas “Pulgar hacia arriba”, “Pulgar hacia abajo” y “Quién tiene la razón” abordan los conceptos erróneos de su estudiante y brindan oportunidades para el análisis del trabajo entre los compañeros.

Who's Correct

When you see a Who's Correct icon:

- Take your time to read through the correct solution.
- Think about the connection between steps.
- Determine if correct or incorrect.

Ask Yourself

- Does the reasoning make sense?
- If the reasoning makes sense, what is the justification?
- If the reasoning does not make sense, what error was made?

Isabella
The equation $y^2 = x$ represents a function.

x	y
4	2
9	3
25	5

Ethan
My mapping represents a function.

Who's Correct

When you see a Who's Correct icon:

- Take your time to read through the situation.
- Question the strategy or reason given.
- Determine if correct or incorrect.

Ask Yourself

- Does the reasoning make sense?
- If the reasoning makes sense, what is the justification?
- If the reasoning does not make sense, what error was made?

8. Nakota says that the mean absolute deviation for the points each player scores represents the number of points you should expect each player to score during a game. Is Nakota correct? Explain your reasoning.

La práctica de destrezas enfocadas ayuda a su estudiante mientras trabaja para adquirir competencia en el material del curso. La práctica cada cierto tiempo proporciona una recuperación espaciada de conceptos clave para su estudiante. Las oportunidades de extensión brindan problemas desafiantes para acelerar el aprendizaje de su estudiante.

Skills Practice TOPIC 1 From Proportions to Linear Relationships

Name _____ Date _____

I. Representations of Proportional Relationships

Topic Practice

A. At a large company, the total number of employees varies directly with the number of employees that drive to work. The company determines that two out of every three of its total employees drive to work. The other employees walk or use public transportation. Use the information to determine each number of employees.

- The number of total employees if there are 150 employees that drive to work
- The number of total employees if there are 85 employees that do not drive to work
- The number of employees that do not drive to work if there are 240 total employees
- The number of employees that drive to work if there are 570 total employees

TOPIC 1 From Proportions to Linear Relationships

Extension

Consider the relationship between the side length of a square and the area of the square. Does this represent a proportional relationship? Use a table of values, equation, and graph to justify your answer.

Spaced Practice

- In the diagram, $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$. State the corresponding sides and angles.
- In the diagram, $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.
 - Explain why $\triangle BDC \sim \triangle AEC$.
 - Determine the length of $\overline{DE}$.

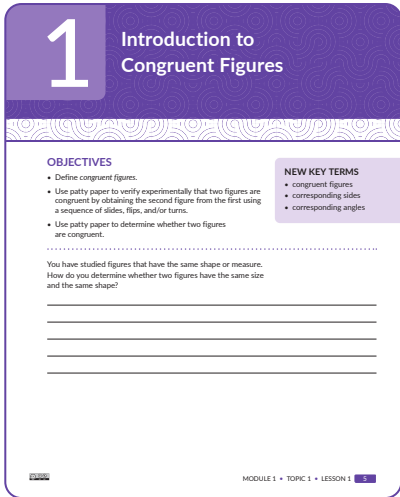
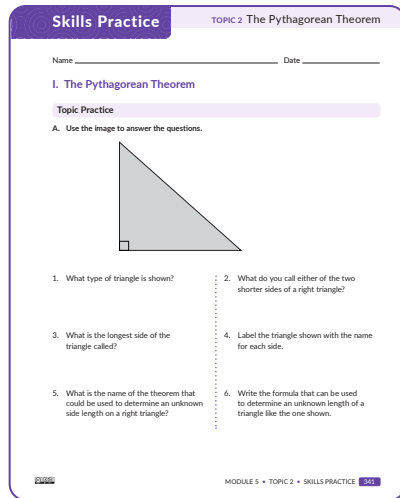
Cada lección presenta uno o más ELPS (Estándares de dominio del idioma inglés) y proporciona al maestro estrategias de implementación que incorporan las mejores prácticas para apoyar la adquisición del idioma. Además, los estudiantes reciben cognados para nuevos términos clave en los resúmenes de temas y las guías para la familia del tema.

NEW KEY TERMS

- congruent figures [figuras congruentes]
- corresponding sides
- corresponding angles [ángulos correspondientes]
- plane [plano]
- transformation [transformación]
- rigid motion [movimiento rígido/directo/propio]
- pre-image [preimagen]
- image [imagen]
- translation [traslación]
- reflection [reflexión]
- line of reflection [línea de reflexión]
- rotation [rotación]
- center of rotation [centro de rotación]
- angle of rotation [ángulo de rotación]
- congruent line segments [segmentos de línea congruentes]
- congruent angles [ángulos congruentes]

Interactuar con contenido de nivel de grado

El estudiante interactuará con el contenido de su nivel de grado de varias maneras con la ayuda del maestro.

Aprender juntos	Aprender individualmente
<p>El maestro facilita el aprendizaje activo de las lecciones para que los estudiantes se sientan seguros al compartir ideas, escucharse unos a otros y aprender juntos. Los estudiantes se convierten en creadores de su conocimiento matemático.</p>  <p>The worksheet titled '1 Introduction to Congruent Figures' includes objectives, new key terms (congruent figures, corresponding sides, corresponding angles), and a section for students to define congruence and determine if two figures are congruent.</p>	<p>La práctica de destrezas brinda a los estudiantes la oportunidad de participar en el desarrollo de destrezas adicionales que se alinean con cada lección de Aprender juntos. Los días de Aprender individualmente se centran en destrezas discretas que pueden requerir práctica adicional para lograr el dominio.</p>  <p>The worksheet titled 'Skills Practice TOPIC 2 The Pythagorean Theorem' includes a section for students to use the image to answer questions about a right triangle, such as identifying the type of triangle, the longest side, and the theorem used to determine an unknown side length.</p>

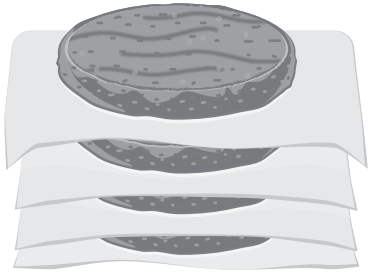
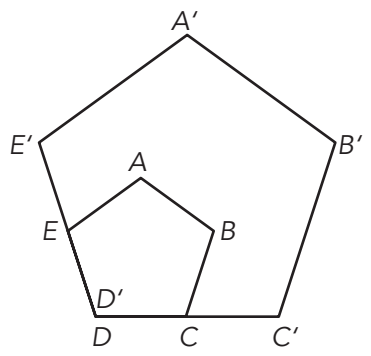
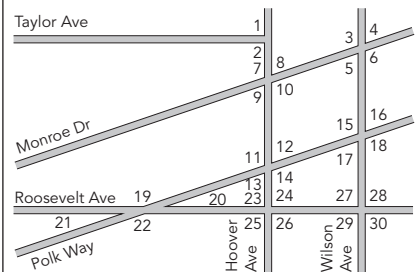
Al final de cada tema, su estudiante tomará una evaluación relacionada con los estándares cubiertos en el tema. Esta evaluación consta de preguntas de opción múltiple, selección múltiple y abiertas diseñadas para que su estudiante demuestre su aprendizaje. Además, cada evaluación incluye una guía de puntuación para que los profesores garanticen una puntuación consistente. La guía de puntuación incluye formas de apoyar o desafiar a su estudiante en función de sus respuestas a las preguntas de la evaluación. El objetivo de la evaluación es que el maestro y el estudiante reflexionen sobre el aprendizaje. Los maestros utilizarán los resultados de la evaluación de su estudiante para enfocarse en las destrezas individuales que su estudiante necesita para dominar o para acelerar y desafiar a su estudiante.

Response to Student Performance		
TEKS*	Question(s)	Recommendations
8.10A	2, 6	To support students: <ul style="list-style-type: none"> Review Congruence in Motion. Use Skills Practice Sets I.A, III.A, IV.A, and V.A for additional practice. Review Lesson 2 Assignment Practice Question 2.
8.10B	5	To support students: <ul style="list-style-type: none"> Review Verifying Congruence Using Rigid Motions. Use Skills Practice Set VI.A, VI.B, and VI.C for additional practice. Review Lesson 2 Assignment Practice Question 2.
8.10C	1, 3, 4, 7-10	To support students: <ul style="list-style-type: none"> Review Verifying Congruence Using Rigid Motions. Use Skills Practice Sets III.B, IV.B, V.B, and VI.C for additional practice. Review Lesson 2 Assignment Practice Question 2. To challenge students: <ul style="list-style-type: none"> Extend student knowledge with the Skills Practice Extension.
NOTE: Both teachers and administrators should refer to the Assessment Guidance and Analysis section of the Course and Implementation Guide for additional support in analyzing and responding to student data.		

*Bold TEKS = Readiness Standard

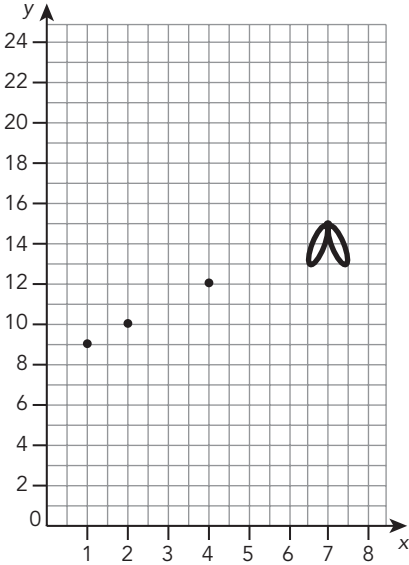
MÓDULO 1 Transformación de objetos geométricos

En este módulo, el estudiante desarrollará sus conocimientos sobre la congruencia y la similitud. Hay tres temas en este módulo: *Transformaciones de movimiento rígido*, *Similitud* y *Relaciones entre líneas y ángulos*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre objetos geométricos en este módulo.

TEMA 1 Transformaciones de movimiento rígido	TEMA 2 Semejanza	TEMA 3 Relaciones entre líneas y ángulos
El estudiante utiliza papel encerado y el plano de coordenadas para investigar la creación de figuras congruentes con traslaciones, reflexiones y rotaciones.	El estudiante estudiará dilataciones y similitudes.	El estudiante utiliza su conocimiento de las transformaciones, congruencia y similitud para comprender el Teorema de la suma de un triángulo, el Teorema del ángulo exterior, las relaciones que se forman entre los ángulos cuando una transversal atraviesa las líneas paralelas y el Teorema de similitud de ángulo-ángulo.
<p>¿Sabías que?</p>  <p>¡El papel encerado separa las hamburguesas!</p> <p>Poco sabían los inventores que también podía servir como una poderosa herramienta geométrica. Puedes escribir en él, trazar con él y ver los pliegues cuando lo doblas.</p>	<p>¿Sabías que?</p>  <p>Una dilatación es una transformación que produce una figura con la misma forma que la figura original, pero no necesariamente el mismo tamaño.</p>	<p>¿Qué hay en el mundo?</p>  <p>Muchas calles de la ciudad son paralelas entre sí. Cuando otra calle o varias calles atraviesan los caminos paralelos, se forman relaciones de ángulos especiales. Vemos estos ángulos en la intersección de las calles. Visualiza una parada de 3 o 4 vías.</p>

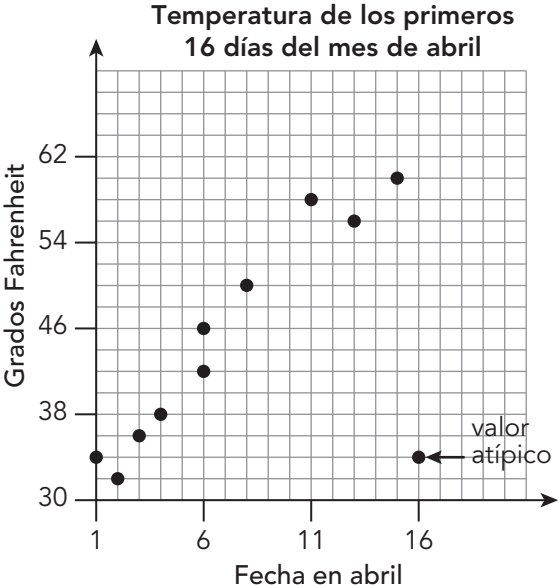
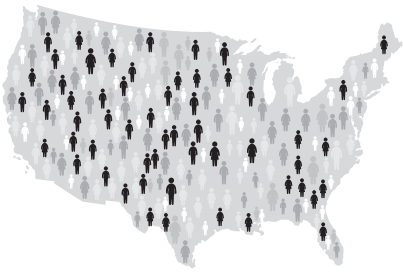
MÓDULO 2 Desarrollo de los fundamentos de las funciones

En este módulo, el estudiante profundizará sus conocimientos sobre relaciones proporcionales, rectas y ecuaciones lineales. Hay dos temas en este módulo: *De proporciones a relaciones lineales* y *Relaciones lineales*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre razones y relaciones proporcionales en este módulo.

TEMA 1 De proporciones a relaciones lineales	TEMA 2 Relaciones lineales
<p>El estudiante se basará en sus conocimientos de razón y relaciones proporcionales para desarrollar conexiones entre relaciones proporcionales, rectas y ecuaciones lineales.</p>	<p>El estudiante desarrollará la capacidad de analizar las relaciones lineales, escribir ecuaciones de rectas y graficar rectas con fluidez. Definirán la <i>función</i> y explorarán sus diversas representaciones.</p>
<p>¿Sabías que?</p> <p>Las ecuaciones lineales se ven en el papiro de Rhind, que fue escrito en Egipto hace casi 3700 años.</p> 	<p>¿Sabías que?</p> <p>René Descartes tuvo la idea para este método de representación gráfica luego de ver una mosca en su techo y pensar cómo le diría a alguien su ubicación.</p> 

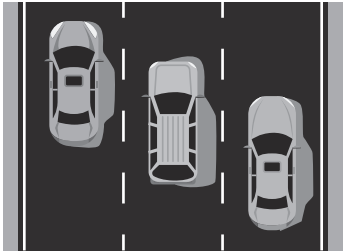
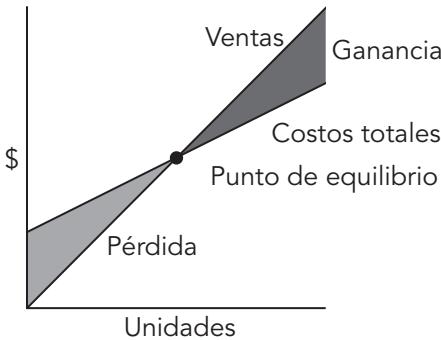
MÓDULO 3 Datos en todas partes

En este módulo, el estudiante profundizará sus conocimientos sobre análisis de datos. Hay dos temas en este módulo: *Patrones en datos bidimensionales* y *Variabilidad y muestreo*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre estadística.

TEMA 1 Patrones en datos bidimensionales	TEMA 2 Variabilidad y muestreo
El estudiante repasa el proceso estadístico e investiga las asociaciones en datos bivariados.	El estudiante compara conjuntos de datos utilizando las medidas de variabilidad, el rango intercuartílico y la desviación media absoluta.
<p>¿Sabías que?</p> <p>Un valor extremo o atípico en los datos bivariados es un punto que varía bastante del patrón general de los datos.</p> <p>Temperatura de los primeros 16 días del mes de abril</p>  <p>¿Se te ocurre un ejemplo de algo que no encaje en un patrón del mundo real?</p>	<p>¿Qué hay en el mundo?</p> <p>Cada 10 años, el gobierno de los EE. UU. realiza un censo de la población. Envían a gente a todas las casas a hacer preguntas y contar la cantidad de personas que viven en tu zona. Usan esta información para decidir cuánto dinero dedicarán a la construcción de carreteras, escuelas y otras cosas importantes para la comunidad.</p> 

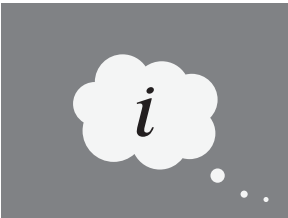
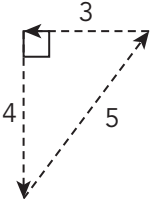
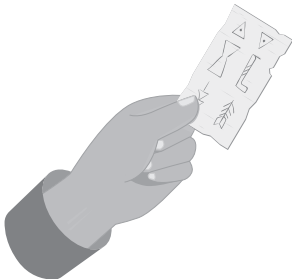
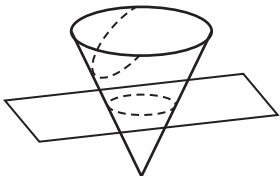
MÓDULO 4 Elaboración de modelos de ecuaciones lineales

En este módulo su estudiante profundizará su comprensión de las ecuaciones lineales. Hay dos temas en este módulo: *Resolver ecuaciones y desigualdades lineales* y *Sistemas de ecuaciones lineales*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre resolver y graficar ecuaciones en este módulo.

TEMA 1 Resolver ecuaciones y desigualdades lineales	TEMA 2 Sistemas de ecuaciones lineales
El estudiante resolverá más tipos de ecuaciones lineales de una variable.	El estudiante analizará y resolverá pares de ecuaciones lineales graficando.
<p>¡Inténtalo!</p> <p>Las ecuaciones lineales son útiles para calcular la velocidad promedio y la distancia en el tiempo. Si maneja 60 millas por hora durante 2 horas, ¿cuántas millas viajaría? Puedes sustituir el número 2 por la variable t en la ecuación lineal $d = 60t$ para resolver la respuesta.</p>  <p>[Respuesta: $d = 60(2)$ 5 120 millas]</p>	<p>¿Sabías que?</p> <p>Los sistemas de ecuaciones lineales pueden ayudar cuando empiezas tu propio negocio. Se pueden utilizar para representar el suministro y la demanda, y para calcular cuándo comenzarás a tener una ganancia determinando el punto de equilibrio.</p> 

MÓDULO 5 Aplicación de potencias

En este módulo, el estudiante profundizará su comprensión de los números que involucran potencias, incluida la notación científica y raíces cuadradas. Hay cuatro temas en este módulo: *Números reales*, *El teorema de Pitágoras*, *Comprensión de finanzas personales: tu futuro financiero* y *Volumen de figuras curvas*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre el sistema de los números reales en este módulo.

TEMA 1 Números reales	TEMA 2 El teorema de Pitágoras	TEMA 3 Comprensión de finanzas personales: tu futuro financiero	TEMA 4 Volumen de figuras curvas
Su estudiante se basará en su conocimiento de los sistemas numéricos para incluir el conjunto de números irracionales.	Su estudiante explorará el teorema de Pitágoras y su inverso.	Su estudiante trabajará con representaciones múltiples de situaciones dadas de interés simple y compuesto.	Su estudiante resolverá problemas relacionados con el área de superficie de prismas y cilindros, como así también el volumen de cilindros conos y esferas.
<p>¿Sabías que?</p> <p>Usamos el término <i>números reales</i> porque en los próximos cursos de matemáticas aprenderás sobre <i>números imaginarios</i>.</p> 	<p>¡Inténtalo!</p> <p>El teorema de Pitágoras se puede utilizar para encontrar la distancia entre dos puntos. Si caminas 3 pies hacia el oeste y 4 pies hacia el sur, tu distancia desde tu ubicación de origen es de 5 pies dado que $3^2 + 4^2 = 5^2$.</p> 	<p>Interesante...</p> <p>Los seres humanos han utilizado el interés compuesto durante más de 4000 años, y la tasa de interés del 20% utilizada durante esos tiempos es casi la misma que las tarjetas de crédito actuales.</p> 	<p>¿Sabías que?</p> <p>Al cortar un cono, puedes hacer varias figuras que se estudian en álgebra.</p> 

Estructura de la lección

Cada lección del curso se organiza de la misma manera para desarrollar un conocimiento profundo. Lea las partes de la lección para conocer más sobre la de aprendizaje del estudiante en el salón de matemáticas.

Objetivos & Pregunta esencial

Cada lección comienza con objetivos que se incluyen para ayudar a los estudiantes a comprender los objetivos. También se incluye una afirmación esencial que conecta el aprendizaje de los estudiantes con una pregunta para reflexionar. La pregunta se repite al final de cada lección para evaluar el nivel de comprensión del estudiante.

Inicio

La sección Inicio involucra a su estudiante en el aprendizaje. En la sección Inicio, el estudiante recurre a lo que ya conoce del mundo, lo que aprendió anteriormente y la intuición para que pueda pensar de forma matemática y prepararse para lo que vendrá en la lección.

Actividades

En las actividades, los estudiantes desarrollan su conocimiento matemático y desarrollan una comprensión profunda de las matemáticas. Estas actividades le permiten al estudiante comunicarse y trabajar con otros compañeros en la clase de matemáticas.

Cuando el estudiante trabaja en estas actividades, tenga en mente:

- No se trata solo de buscar una respuesta. Es importante hacer el cálculo y hablar al respecto.
- Cometer errores es una parte importante del aprendizaje, así que ¡arriégate!
- A menudo hay más de una forma para resolver un problema.

Demuestra lo que sabes

La sección Demuestra lo que sabes le permite al estudiante reflexionar sobre las ideas principales de la lección y demostrar lo que ha aprendido.

Tarea de la lección

La tarea de la lección proporciona a sus estudiantes práctica para desarrollar fluidez y competencia. La tarea de la lección también incluye una sección para ayudar a preparar a los estudiantes para la siguiente lección.

Conceptos clave de la lección

Al final de cada tema, el Resumen del tema proporciona un resumen de cada lección del tema. Anime a su estudiante a utilizarlos como herramienta para revisar y recuperar los conceptos clave de una lección.

NEW KEY TERMS

- proportional relationship [relación proporcional]
- constant of proportionality [constante de proporcionalidad]
- non-proportional relationship [relación no proporcional]
- rate of change
- slope

Refer to the Math Glossary for definitions of the new key terms.

Where are we now?

A proportional relationship is one in which the ratio of the inputs to the outputs is constant. For a relationship to illustrate a proportional relationship, all the ratios $\frac{y}{x}$ or $\frac{y}{x}$ must represent the same constant.

In any linear relationship, slope describes the direction and steepness of a line and is usually represented by the variable m . Slope is another name for rate of change.

The slope of the line is $\frac{10}{10} = 1$.

In Lesson 1: Representations of Proportional Relationships, students build on their knowledge of ratio and proportional relationships to develop connections among proportional relationships, lines, and linear equations.

Proportional Relationships

A relationship in which the ratio of the inputs to the outputs is constant is a **proportional relationship**. Proportional relationships can be represented using tables, graphs, and equations.

In-State Students Enrolled in a University	Out-of-State Students Enrolled in a University
0	0
600	600
1200	1200

For example, the ratio of in-state to out-of-state students at a university is 1:1. The ratio of in-state students to out-of-state students at a university is represented by this table.

On a graph, a proportional relationship is represented as a line passing through the origin. The graph shows the same proportional relationship represented by the table.

Guía para la familia del tema

La Guía para la familia del tema proporciona una visión general de las matemáticas del tema, cómo están conectadas las matemáticas a lo que los estudiantes ya saben y cómo se utilizará ese conocimiento en el aprendizaje futuro. Proporciona un ejemplo de un modelo o estrategia matemática que su estudiante está aprendiendo en el tema, rompiendo un mito matemático, temas de discusión para debatir o preguntas para hacerle a su estudiante, y todos los nuevos términos clave que su estudiante aprenderá. También puede utilizar el Glosario de matemáticas para comprobar la terminología y las definiciones. Anime a su estudiante a consultar los nuevos términos clave en la Guía para la familia del tema y el Glosario de matemáticas al completar tareas de matemáticas.

Aprender fuera del aula es crucial para el éxito de su estudiante. Si bien no esperamos que usted sea profesor de matemáticas, la Guía para la familia del tema puede ayudarlo mientras habla con su estudiante sobre el contenido matemático del curso. Se espera que tanto usted como su estudiante lean y se beneficien con estas guías.

MYTH

"Asking questions means you don't understand."

It is universally true that for any given body of knowledge, there are levels to understanding. For example, you might understand the rules of baseball and follow a game without trouble. However, there is probably more to the game that you can learn. For example, do you know the 23 ways to get on first base, including the one where the batter strikes out?

Questions don't always indicate a lack of understanding. Instead, they might allow you to learn even more on a subject that you already understand. Asking questions may also give you an opportunity to ensure that you understand a topic correctly. Finally, questions are extremely important to ask yourself. For example, everyone should be in the habit of asking themselves, "Does that make sense? How would I explain it to a friend?"

#mathmythbusted

TALKING POINTS

Discuss With Your Student

You can further support your student's learning by asking questions about the work they do in class or at home. Your student is learning to think about linear relationships as objects that can be analyzed, graphed, and compared.

QUESTIONS TO ASK

- How does this problem look like something you did in class?
- Can you show me the strategy you used to solve this problem? Do you know another way to solve it?
- Does your answer make sense? How do you know?
- Is there anything you don't understand? How can you use today's lesson to help?

Mitos de matemáticas

Los mitos de matemáticas pueden llevar a estudiantes y adultos a creer que las matemáticas son demasiado difíciles para ellos, que las matemáticas son una destreza inalcanzable o que solo hay una manera correcta de hacer matemáticas. La sección Mitos de las matemáticas en la Guía para la familia del tema rompe estos mitos y proporciona explicaciones basadas en investigaciones de por qué las matemáticas son accesibles para todos los estudiantes (y adultos).

Ejemplos de estos mitos incluyen:

Mito Solo dime la regla. Si conozco la regla, comprenderé las matemáticas.

Apoyar a su estudiante

Memoriza la siguiente regla: *Todos los drados son elos*. ¿Recordarás esa regla mañana? No. ¿Por qué no? Porque no significa nada. No está conectada con nada de lo que conoces. ¿Qué sucede si cambiamos la regla a: *Todos los cuadrados son paralelogramos*? ¿Qué tal ahora? ¿Puedes recordar eso? Por supuesto que sí, porque ahora, tiene sentido. El aprendizaje no se produce en un vacío. Debe conectarse a lo que ya sabes. De lo contrario, las reglas arbitrarias se olvidan.

Mito: Hay una forma correcta de resolver problemas matemáticos.

Emplear varias estrategias para llegar a una sola solución correcta es importante en la vida. Supón que estás conduciendo en un área abarrotada en el centro de la ciudad. Cuando un camino está congestionado, siempre puedes tomar una vía diferente. Cuando solo conoces un camino, se te acabó la suerte.

Aprender matemáticas no es diferente. Es posible que solo haya una respuesta correcta, pero a menudo hay varias estrategias para llegar a esa solución. Todos deberíamos adoptar el hábito de decir: Muy bien, hay una manera de hacerlo. ¿Hay otra manera? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas?" De esa manera, evitas caer en la trampa de pensar que únicamente hay una manera correcta, ya que la estrategia no siempre funciona o es posible que haya otras estrategias más eficientes.

Es importante enseñar varias estrategias a los estudiantes. Esto ayuda a los estudiantes a comprender los beneficios del método más eficiente. Además, todos tenemos experiencias y preferencias diferentes. Lo que funciona para alguien probablemente no le funcione a alguien más.

Estándares de procesos matemáticos TEKS

Cada módulo se concentrará en los estándares de procesos matemáticos TEKS que ayudarán al estudiante a convertirse en un pensador matemático. Los estándares de procesos matemáticos TEKS se enumeran a continuación. Discuta con su estudiante las declaraciones de "Yo puedo" debajo de los estándares para ayudarlo a desarrollar su aprendizaje y comprensión de las matemáticas. Con su ayuda, su estudiante puede convertirse en un pensador matemático productivo.

Aplica las matemáticas a los problemas que surgen en la vida diaria, en la sociedad y en el lugar de trabajo.

Yo puedo:

- usar las matemáticas que aprendí para resolver problemas del mundo real.
- interpretar resultados matemáticos en los contextos de una variedad de problemas de matemáticas.

Usa un modelo para resolver problemas que incluya analizar la información dada, formular un plan o una estrategia, determinar una solución, justificar una solución y evaluar el proceso para resolver problemas y la razonabilidad de la solución.

Yo puedo:

- explicar qué “significa” un problema con mis propias palabras.
- crear un plan y cambiarlo cuando sea necesario.
- hacer preguntas útiles para comprender el problema.
- explicar mi razonamiento y defender mi solución.
- reflexionar si mis resultados tienen sentido.

Selecciona las herramientas, incluso objetos reales, manipulables, papel y lápiz, y tecnología según corresponda, y técnicas incluso matemáticas mental, estimación, y sentido numérico según corresponda, para resolver problemas.

Yo puedo:

- usar una variedad de herramientas diferentes que tengo para resolver problemas.
- reconocer cuándo una herramienta que tengo para resolver problemas puede ser útil y cuándo tiene limitaciones.
- buscar métodos eficientes para resolver problemas.
- estimar antes de comenzar a calcular para ayudar a mi razonamiento.

Comunica las ideas matemáticas, el razonamiento y sus implicancias usando diferentes representaciones, entre ellas símbolos, diagramas, gráficas e idioma, según corresponda.

Yo puedo:

- explicar qué “significa” un problema con mis propias palabras.
- crear un plan y cambiarlo de ser necesario.
- hacer preguntas útiles al intentar comprender el problema.
- explicar mi razonamiento y defender mi solución.
- reflexionar si mis resultados tienen sentido.

Crea y utiliza representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.

Yo puedo:

- considerar las unidades de medida involucradas en un problema.
- etiquetar diagramas y figuras de forma adecuada para aclarar el significado de diferentes representaciones.
- crear una representación comprensible de un problema de matemáticas.

Apoyar a su estudiante

Analiza las relaciones matemáticas para conectar y comunicar las ideas matemáticas.

Yo puedo:

- identificar relaciones importantes en un problema de matemáticas.
- recurrir a lo que sé para resolver problemas nuevos.
- analizar y organizar información.
- observar de cerca para identificar patrones o estructuras.
- buscar métodos generales y maneras más eficientes de resolver problemas.

Clasifica, explica y justifica las ideas y los argumentos matemáticos empleando lenguaje matemático preciso en comunicación oral o escrita.

Yo puedo:

- trabajar meticulosamente y verificar mi trabajo.
- distinguir el razonamiento correcto del razonamiento erróneo.
- utilizar vocabulario matemático apropiado cuando hablo con mis compañeros, mi docente y otras personas.
- especificar las unidades de medida adecuadas cuando explico mi razonamiento.
- calcular correctamente y comunicarte de forma precisa con los demás.

Reflexionar sobre el aprendizaje y el progreso

Para apoyar a su estudiante, anímelo a reflexionar sobre el proceso de aprendizaje. Los recursos educativos incluyen una autorreflexión del estudiante para cada tema. Anime a su estudiante a reflexionar con precisión y frecuencia sobre el aprendizaje y el progreso a lo largo de cada tema. Hable sobre los conceptos específicos de la Autorreflexión con su estudiante y celebre el progreso desde el principio hasta el final del Tema. Recuerde a su estudiante que consulte el tema Autorreflexión en los días de Aprender individualmente después de centrarse en destrezas y conceptos específicos. Puede hacer que su estudiante explique conceptos de la autorreflexión utilizando los resúmenes de los temas o las tareas de las lecciones para demostrar su comprensión. Además, anime a su estudiante a reflexionar después de realizar una evaluación. Una reflexión de evaluación está disponible para su estudiante para ayudarlo con este proceso. Anime a su estudiante a considerar qué salió bien y cómo prepararse para la próxima evaluación. Pregúntele a su estudiante cómo puede apoyarlo cuando se prepare para la próxima evaluación.

TOPIC 1 SELF-REFLECTION

Name: _____

Solving Linear Equations and Inequalities

When you reflect on what you are learning, you develop your understanding and know when to ask for help.

Reflect on these statements. Place a number in each circle from 1–3, where 1 represents **the skill is new to me**, 2 represents **I am building proficiency of the skill**, and 3 represents **I have demonstrated proficiency of the skill**.

I can demonstrate an understanding of the standards in the *Solving Linear Equations* topic by:

TOPIC 1: <i>Solving Linear Equations and Inequalities</i>	Beginning of Topic	Middle of Topic	End of Topic
using properties of equality to write equivalent expressions.	☐	☐	☐
writing one-variable equations or inequalities with variables on both sides of the equal sign or inequality symbol that represent real-world problem situations.	☐	☐	☐
writing a corresponding real-world problem when given a one-variable equation or inequality with variables on both sides of the equal sign or inequality symbol.	☐	☐	☐
solving one-variable equations with variables on both sides of the equal sign.	☐	☐	☐
giving examples of linear equations in one variable that have one solution, no solution, or infinitely many solutions.	☐	☐	☐
solving one-variable inequalities with variables on both sides of the inequality symbol.	☐	☐	☐

continued on the next page



¡Gracias!

Disfrute de la divertida aventura matemática que le espera a usted y a su estudiante. Recuerde que tiene recursos disponibles a su disposición. Agradecemos por apoyar el aprendizaje de su estudiante.

Transformar objetos geométricos

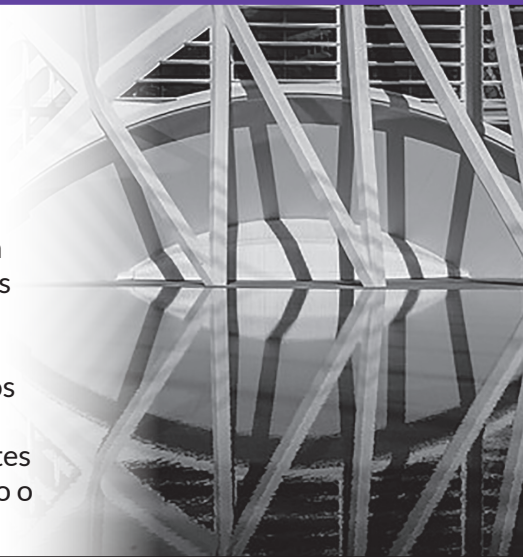
TEMA 1	Transformaciones de movimiento rígido.....	3
TEMA 2	Similitud	7
TEMA 3	Relaciones entre líneas y ángulos.....	11





TEMA 1 Transformaciones de movimiento rígido

En este tema, los estudiantes utilizan papel encerado (papel fino y transparente) y el plano de coordenadas para investigar figuras congruentes. A lo largo de este tema, se espera que los estudiantes hagan e investiguen conjeturas y que justifiquen resultados verdaderos sobre las transformaciones. Aprenden que las transformaciones son mapeos de un plano y todos los puntos de una figura en un plano de acuerdo con una acción u operación común. También aprenden que los movimientos rígidos conservan el tamaño y la forma de una figura, pero que las reflexiones cambian la orientación de los vértices de una figura. Nota: Si los estudiantes no tienen papel encerado, pueden utilizar papel de pergamino, papel calco o incluso papel blanco.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes repasan utilizando papel parafinado para comparar las figuras en un plano de coordenadas. Ellos revisan para comparar las longitudes de los lados y las medidas de ángulos, y cómo localizar el punto medio de un segmento utilizando papel parafinado. Clasifican figuras de acuerdo con la figura y luego de acuerdo con el tamaño y la figura. Utilizan papel encerado y un idioma de transformación informal para verificar su clasificación.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema empieza el estudio de congruencias y establece la etapa de similitud. En cursos futuros, los estudiantes continuarán formalizando su conocimiento de triángulos congruentes y utilizarán la congruencia para proveer una amplia variedad de teoremas geométricos y justificar las construcciones.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. Su estudiante se está familiarizando con los movimientos (llamados transformaciones) de las figuras geométricas y el razonamiento sobre estos movimientos.

PREGUNTAS PARA REALIZAR

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas? ¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

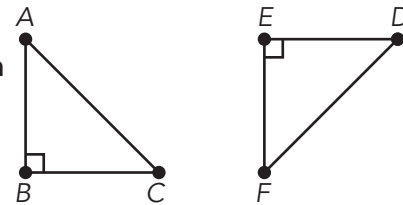
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- figuras congruentes
- lados correspondientes
- ángulos correspondientes
- plano
- transformación
- movimiento rígido/
directo/propio
- preimagen
- imagen
- traslación
- orientación de una figura
- orientación de
los vértices
- reflexión
- línea de reflexión
- rotación
- centro de rotación
- ángulo de rotación
- segmentos de línea
congruentes
- ángulos congruentes

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

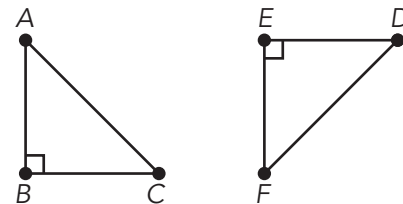
¿En dónde estamos?

Los ángulos correspondientes son ángulos que tienen la misma posición relativa en las figuras geométricas.



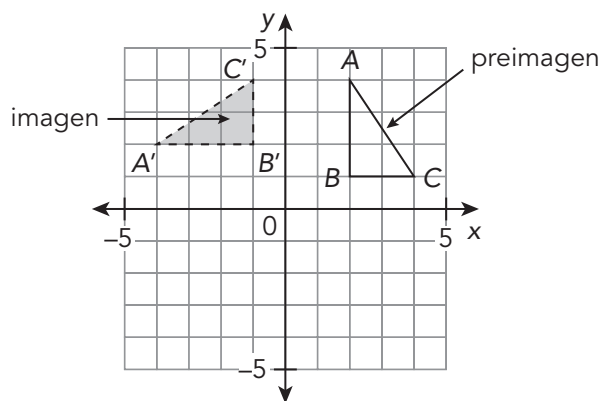
El ángulo B y el ángulo E son ángulos correspondientes.

Los lados correspondientes son lados que tienen la misma posición relativa en las figuras geométricas.



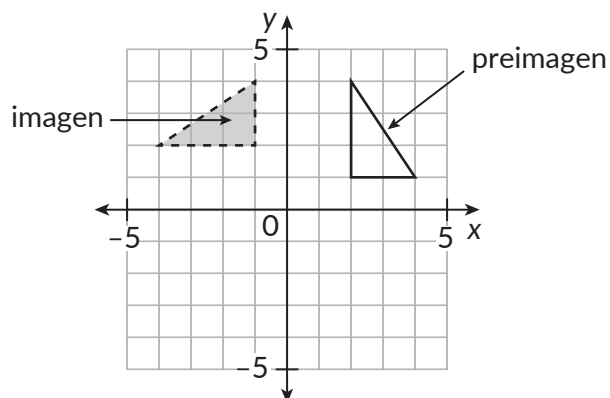
Los lados AB y DE son lados correspondientes.

La nueva figura creada a partir de una **transformación** es la **imagen**. La figura original es la **preimagen**.



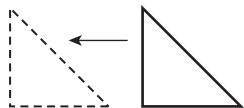
El **centro de rotación** es el punto alrededor del que se rota la figura. El centro de rotación puede ser un punto sobre la figura, adentro de la figura o fuera de la figura.

La imagen es una rotación de la preimagen de 90° hacia la izquierda alrededor del centro de rotación, que es el origen (0, 0).

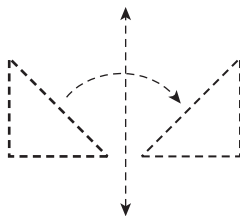


En la **Lección 2: Introducción a los movimientos rígidos**, los estudiantes utilizarán lenguaje de la vida diaria como *deslizar*, *voltear* y *girar* para describir cómo trazar o mover una figura hacia otra. En la Lección 3 a la 5, los estudiantes utilizan el vocabulario matemático sobre transformaciones de **movimiento rígido** (traslaciones, reflexiones y rotaciones) y describir cómo un movimiento rígido único hace el mismo cambio entre **figuras congruentes**. Los estudiantes también aprenden que los movimientos rígidos conservan o preservan el tamaño y la forma de una figura, pero que las reflexiones cambian la orientación o la posición/dirección, de los vértices de una figura.

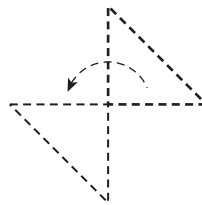
transformaciones



traslación



reflexión

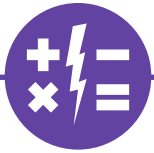


rotación

Una **traslación** es una transformación de un movimiento rígido que desliza cada punto de una figura la misma distancia y dirección a lo largo de una recta.

Una **reflexión** es una transformación de un movimiento rígido que “voltea” una figura al otro lado de una **línea de reflexión**.

Una **rotación** es una transformación de movimiento rígido que gira una figura en un **plano** alrededor de un punto fijo.



MITO

"No tengo el gen de las matemáticas".

Seamos claros en algo.

No existe **un** gen que controle el desarrollo del pensamiento matemático. En cambio, probablemente hay **cientos** de genes que contribuyen a nuestra habilidad para razonar matemáticamente. Algunos creen que el pensamiento matemático surge de la capacidad para aprender un idioma. Dados los estímulos correctos de su entorno, los niños aprenden a hablar sin ningún tipo de enseñanza formal. Ellos pueden utilizar el sentido numérico y el reconocimiento de patrones de la misma manera.

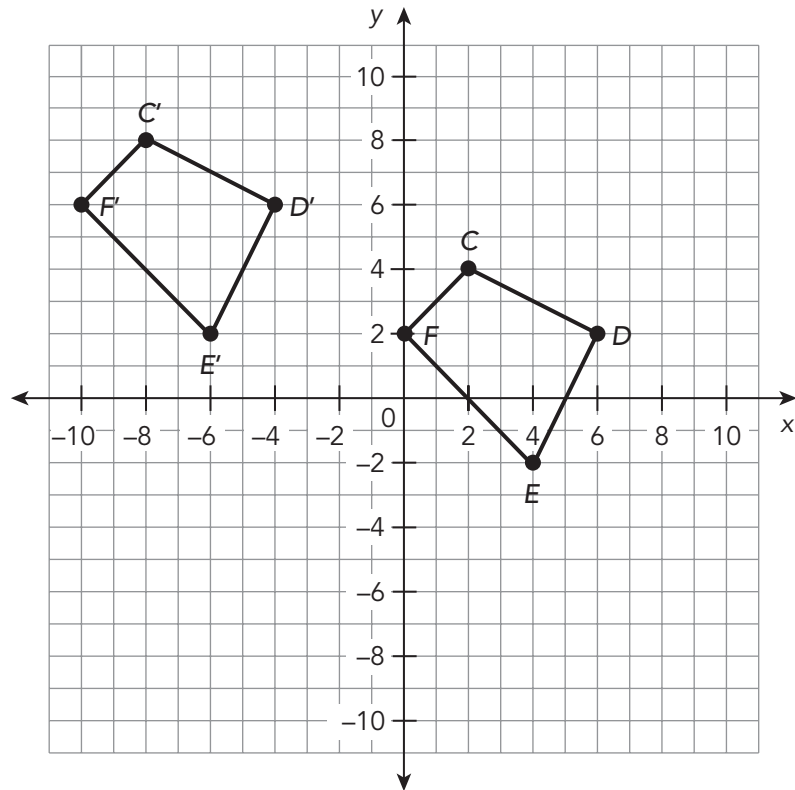
Para propiciar el crecimiento matemático de su estudiante, preste atención al entorno de aprendizaje. Puede pensar en esto como dar una dieta matemática nutritiva que incluya: hablar sobre matemáticas en la vida real, ofreciendo el tipo correcto de motivación, al estar disponibles para responder preguntas, permitir que su estudiante se esfuerce con los conceptos difíciles y dar tiempo y espacio para practicar.

#destructorde mitosmatemáticos

En la **Lección 3: Traslaciones de figuras en el plano de coordenadas**, los estudiantes resuelven problemas para demostrar, mediante traslaciones, que dos figuras son congruentes.

Verificar la congruencia utilizando traslaciones

Una traslación "desliza" una figura geométrica en alguna dirección. Las traslaciones se pueden utilizar para verificar que dos figuras son congruentes. Por ejemplo, el cuadrilátero $CDEF$ se puede trasladar hasta 4 unidades hacia arriba y 10 unidades a la izquierda. Esto mostrará que es congruente con el cuadrilátero $C'D'E'F'$.





TEMA 2 Similitud

En este tema, los estudiantes investigan las dilataciones.

Hacen conexiones entre los factores de escala y los factores de dilatación al examinar ejemplos prácticos trabajados de dilataciones euclidianas.

Luego, ellos definen las *figuras similares*. Durante el desarrollo del tema, los estudiantes relacionan las dilataciones con los factores de escala y cómo aumentar y disminuir. Finalmente, los estudiantes usan dilataciones para trazar una figura a una figura similar. Por último, los estudiantes resumen las relaciones entre transformaciones y figuras congruentes y semejantes.



¿Dónde hemos estado?

En el 6.º grado, los estudiantes trabajaron extensamente con razones. Aprendieron a escalar razones hacia arriba y abajo para resolver problemas matemáticos y del mundo real. En el 7.º grado, los estudiantes conectaron los conceptos de proporcionalidad que aprendieron en el 6.º grado con los dibujos a escala. Este tema conecta los dibujos a escala del 7.º grado con similitudes. Los estudiantes primero repasan el contenido sobre los factores de escala del 7.º grado y determinan que, después de una ampliación o reducción, las razones de las longitudes de los lados correspondientes son iguales y los ángulos correspondientes tienen la misma medida. En el tema 1, los estudiantes aprendieron sobre las transformaciones de movimiento rígido. En este tema, los estudiantes ampliaron su comprensión sobre dilataciones y usaron las dilataciones para verificar las figuras que son similares.

¿Hacia dónde vamos?

Las propiedades de las figuras similares son útiles para resolver problemas de la vida real sobre los factores de escala. Los estudiantes usarán los triángulos similares para explicar las propiedades de la pendiente de una recta. Se pueden utilizar las propiedades de triángulos rectos similares en una recta y la similitud y proporcionalidad para explicar por qué la pendiente de la recta es la misma entre cualquier par de puntos en una recta no vertical en el plano de coordenadas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. Su estudiante está aprendiendo a pensar sobre las similitudes matemáticas y el aumento proporcional.

PREGUNTAS PARA REALIZAR

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas? ¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

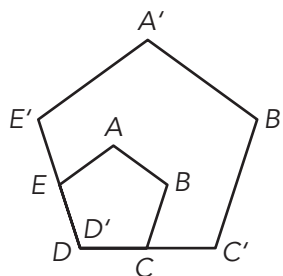
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- dilatación
- centro de dilatación
- factor de escala
- ampliación
- reducción
- similar/semejante

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

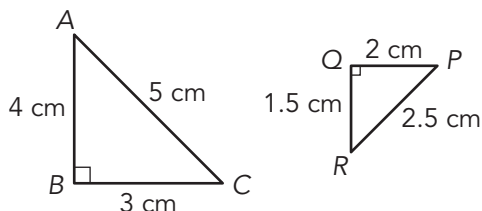
¿En dónde estamos?

En una **dilatación**, el **factor de escala** es la razón de la distancia de la nueva figura desde el **centro de dilatación** hasta la distancia de la figura original desde el centro de dilatación.



El pentágono $ABCDE$ ha sido dilatado por un factor de escala de 2 para crear el pentágono $A'B'C'D'E'$.

Cuando dos figuras son **similares**, las razones de sus longitudes de los lados correspondientes son equivalentes.



El triángulo ABC es similar a $\triangle PQR$.

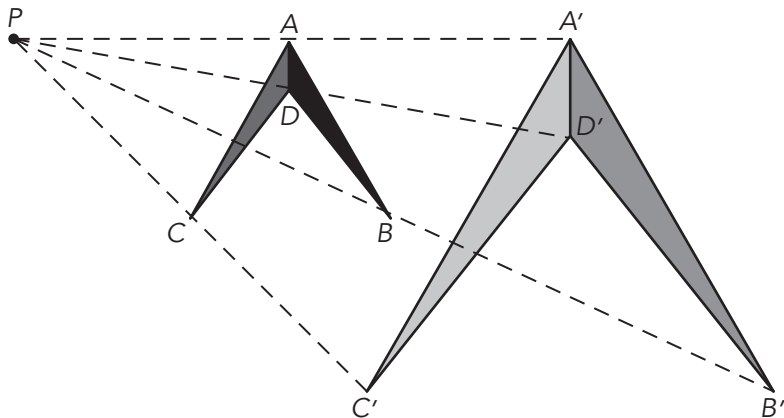
$\overline{AB} : \overline{PQ}$	$\overline{BC} : \overline{QR}$	$\overline{AC} : \overline{RP}$
4 cm : 2 cm	3 cm : 1.5 cm	5 cm : 2.5 cm
2 cm : 1 cm	2 cm : 1 cm	2 cm : 1 cm

En la **Lección 1: Dilatación de figuras**, los estudiantes aprenderán sobre las dilataciones y figuras similares.

Dilatar figuras con un factor de escala mayor que 1

Los estudiantes relacionarán las dilataciones con los factores de escala y cómo aumentar y disminuir.

Esta imagen muestra una **ampliación** de un logotipo utilizando el punto P como el centro de dilatación.

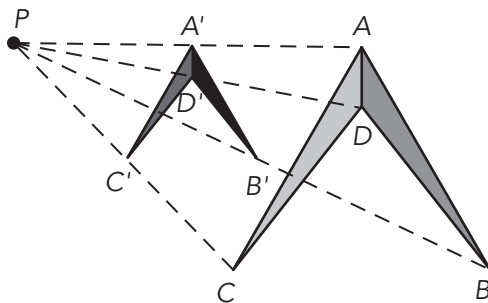


Puedes expresar el factor de escala como $\frac{PA'}{PA} = \frac{PB'}{PB} = \frac{PC'}{PC} = \frac{PD'}{PD}$.

Cuando el factor de escala es mayor que 1, la figura nueva es una ampliación.

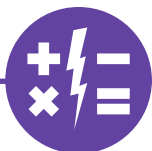
Dilatar figuras con un factor de escala menor que 1 y mayor que 0

Esta imagen muestra una **reducción** de un logo usando el punto P como el centro de dilatación.



Puedes expresar el factor de escala como $\frac{PA'}{PA} = \frac{PB'}{PB} = \frac{PC'}{PC} = \frac{PD'}{PD}$.

Cuando el factor de escala es menor que 1 y mayor que 0, la nueva figura es una reducción.



MITO

“Si obtengo la respuesta correcta, entonces no debería tener que explicar por qué”.

Algunas veces se obtiene la respuesta correcta por las razones equivocadas. Suponga que a una estudiante le preguntan: “¿Cuánto es 4 dividido entre 2?” y ella responde confiada “¡2!” Si ella no da ninguna explicación, entonces podría asumirse que entiende cómo dividir números enteros positivos. Pero ¿qué sucede si ella usó la siguiente regla para resolver ese problema? “Restar 2 de 4 una vez”. Aun cuando ella dio la respuesta correcta, no comprende del todo la división.

Sin embargo, si se le pide que explique su razonamiento haciendo un dibujo, creando un modelo o dando un ejemplo diferente, el maestro tiene la oportunidad de remediar su comprensión deficiente. Si los maestros no están expuestos al razonamiento de sus estudiantes tanto para las respuestas correctas como las incorrectas, entonces no se enterarían de los conceptos erróneos ni podrían abordarlos. Esto es importante porque las matemáticas son acumulativas en el sentido que las nuevas lecciones se basan en los conocimientos previos.

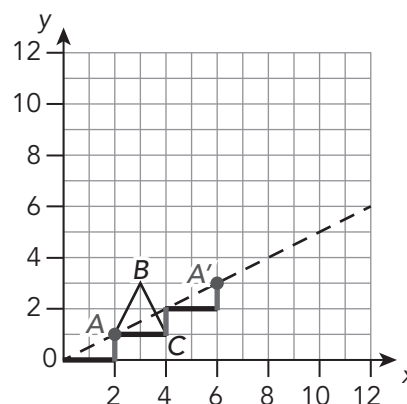
Debería pedirle al estudiante que explique su forma de pensar, cuando sea posible, incluso si no sabe si la explicación es correcta. Cuando los estudiantes (y los adultos) le explican algo a alguien más, eso les ayuda a aprender. El simple proceso de intentar explicarlo resulta útil.

#destructordemitosmatemáticos

En la **Lección 2: Dilatar figuras en el plano de coordenadas**, los estudiantes construyen dilataciones en el plano de coordenadas como traslaciones geométricas repetidas utilizando el origen como centro de dilatación.

Aumentar en el plano de coordenadas

Una secuencia de traslaciones horizontales o verticales repetidas también mueve un punto a lo largo de una recta. Puedes utilizar esta información para dilatar figuras.



Por ejemplo, para dilatar $\triangle ABC$ por un factor de escala de 3 usando el origen $(0, 0)$ como el centro de dilatación, comienza por dilatar el punto A, ubicado en $(2, 1)$.

El punto A está 2 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba desde el origen.

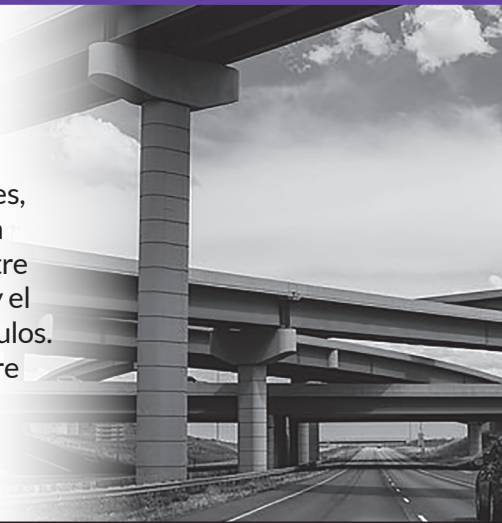
Para dilatar el punto A por un factor de escala de 3, traslada el punto A por tres secuencias repetidas: **2 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia arriba**.

La línea de puntos te ayuda a ver que el punto A' es la dilatación del punto A por un factor de 3.



TEMA 3 Relaciones entre líneas y ángulos

En este tema, los estudiantes utilizan su conocimiento de las transformaciones, congruencia y similitud para establecer informalmente el teorema de la suma del triángulo, el teorema del ángulo exterior, las relaciones que se forman entre los ángulos cuando las rectas paralelas son atravesadas por una transversal y el teorema de similitud ángulo-ángulo para determinar la similitud de los triángulos. Los estudiantes determinan y comprueban informalmente las relaciones entre los pares de ángulos especiales que se forman cuando las rectas paralelas son atravesadas por una transversal y utilizan estas relaciones para resolver problemas matemáticos, incluyendo escribir y resolver ecuaciones.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes recurren al conocimiento del 7.º grado sobre los ángulos suplementarios y las transformaciones de movimientos rígidos al comprobar teoremas en este tema y al explorar las relaciones de ángulos que se forman cuando las líneas paralelas son atravesadas por una transversal.

¿Hacia dónde vamos?

Durante el desarrollo de este tema, se espera que los estudiantes sigan líneas de lógica para alcanzar conclusiones, lo cual es la base para una prueba formal en futuros cursos. Los resultados geométricos establecidos en este tema a través de argumentos informales serán demostrados formalmente en futuros cursos, pero las experiencias de los estudiantes en este tema les brindan oportunidades para forjar la intuición y justificar resultados.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. Su estudiante está aprendiendo a pensar sobre los triángulos semejantes, así como diferentes teoremas de líneas y ángulos de la geometría.

PREGUNTAS PARA REALIZAR

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas? ¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

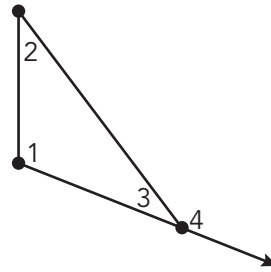
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- teorema de la suma del triángulo
- ángulo exterior de un polígono
- ángulos interiores remotos (no adyacentes) de un triángulo
- teorema del ángulo exterior
- transversal
- ángulos interiores alternos
- ángulos exteriores alternos
- ángulos interiores del mismo lado
- ángulos exteriores del mismo lado
- teorema de Similitud (Semejanza) Ángulo-Ángulo (AA)

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

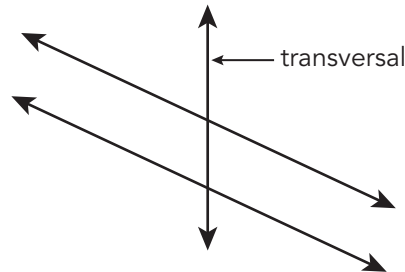
¿En dónde estamos?

Los **ángulos interiores remotos** de un triángulo son los dos ángulos que no son adyacentes al ángulo exterior especificado.

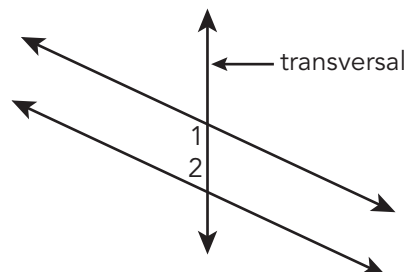


Los ángulos 1 y 2 son ángulos interiores remotos de un triángulo con respecto a $\angle 4$.

Una **transversal** es una recta que interseca dos o más rectas en diferentes puntos.



Los **ángulos interiores del mismo lado** se forman cuando una transversal interseca otras dos rectas. Estos pares de ángulos se encuentran en el mismo lado de la transversal y están entre las otras dos rectas.



Los ángulos 1 y 2 son ángulos interiores del mismo lado.

En la **Lección 1: Explorar los teoremas de ángulos**, los estudiantes identifican ángulos exteriores y ángulos interiores remotos de triángulos y exploran la relación entre ángulos para establecer el teorema del ángulo exterior.

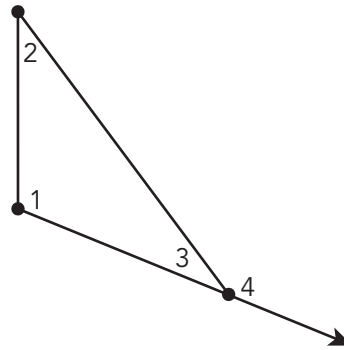
Teorema del ángulo exterior

Un **ángulo exterior de un polígono** es un ángulo entre un lado de un polígono y la extensión de su lado adyacente. Puedes extender una semirrecta de un lado del polígono para formar un ángulo exterior.

En el diagrama, $\angle 1$, $\angle 2$ y $\angle 3$ son ángulos internos del triángulo y $\angle 4$ es un ángulo exterior del triángulo.

Si $\angle 1$ y $\angle 2$ son ángulos interiores remotos y $\angle 4$ es un ángulo exterior, entonces:

$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4.$$



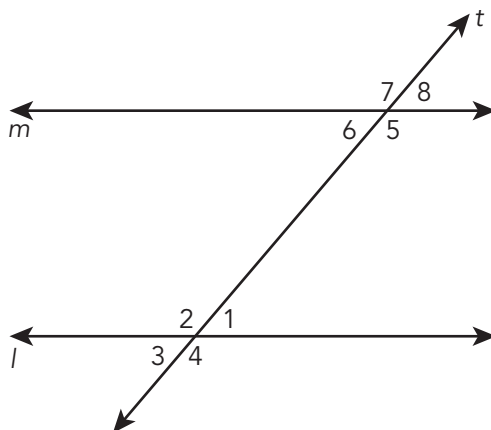
Hay diferentes relaciones de ángulos que se encuentran en los triángulos y entre las líneas de intersección. Una relación entre 3 ángulos interiores de un triángulo es representada por la ecuación $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$.

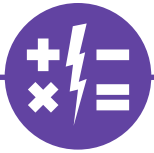
Otra relación es entre 2 ángulos interiores remotos y su ángulo exterior correspondiente tal como lo representa la ecuación $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4$.

En la **Lección 2: Explorar los ángulos formados por rectas que se intersectan por una transversal**, los estudiantes exploran los ángulos que se forman cuando dos rectas son intersecadas por una transversal.

Relaciones de ángulos

Una recta transversal es una recta que interseca, o cruza, dos o más líneas rectas. Cuando las dos rectas que se intersectan por una transversal son paralelas, se forman relaciones especiales entre las medidas de los ángulos. En este diagrama, dos rectas paralelas, m y l , se intersecan por medio de una transversal, t .





MITO

“Hacer preguntas significa que no entiendes”.

Es una verdad universal que para cualquier cúmulo de conocimientos dado, existen niveles de entendimiento. Por ejemplo, puede que entiendas las reglas del béisbol y puedas seguir un juego sin problema. Pero, probablemente hay más sobre el juego que puedas aprender. Por ejemplo ¿conoces las 23 formas de llegar a primera base, incluso aquella en la que le hacen strike al bateador?

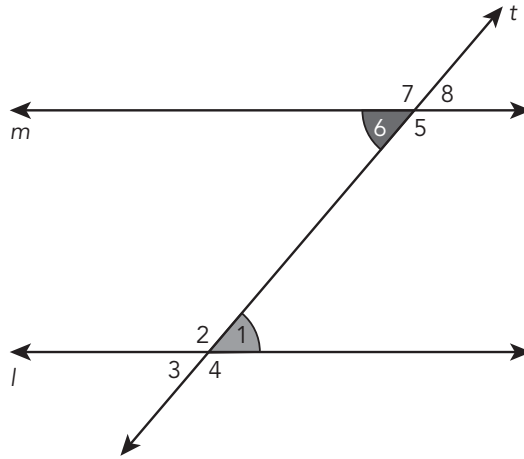
Las preguntas no siempre indican falta de conocimiento. En cambio, estas podrían permitirte aprender aún más de un tema que ya entiendes. Hacer preguntas también te da la oportunidad de estar seguro de que entiendes un tema correctamente. Por último, es sumamente importante que te hagas preguntas a ti mismo. Por ejemplo, todos deberían tener el hábito de preguntarse, “¿Esto tiene sentido? ¿Cómo se lo explicaría a un amigo?”

#destruordemitosmatemáticos

Analizar pares de ángulos especiales

Los *ángulos correspondientes* tienen la misma posición relativa en figuras geométricas. Un ejemplo de ángulos correspondientes es $\angle 2$ y $\angle 7$.

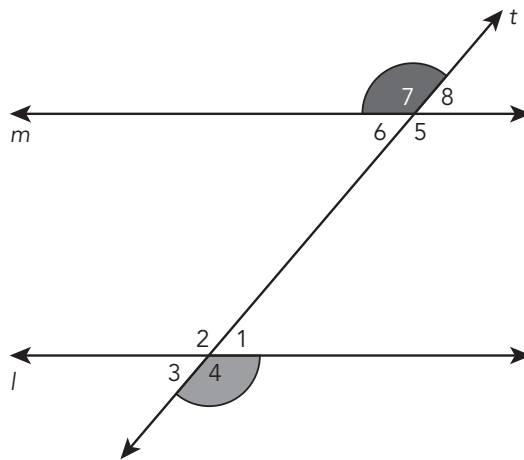
Ángulos interiores alternos



Los **ángulos interiores alternos** se encuentran en lados opuestos de la transversal y están entre las otras dos rectas.

Un ejemplo de ángulos interiores alternos es $\angle 1$ y $\angle 6$.

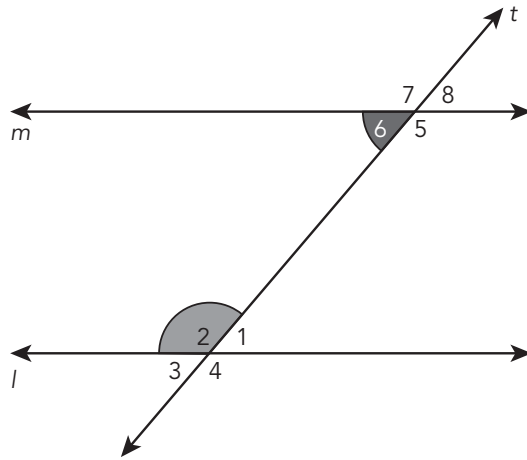
Ángulos exteriores alternos



Los **ángulos exteriores alternos** se encuentran en lados opuestos de la transversal y están afuera de las otras dos rectas.

Un ejemplo de ángulos exteriores alternos es $\angle 4$ y $\angle 7$.

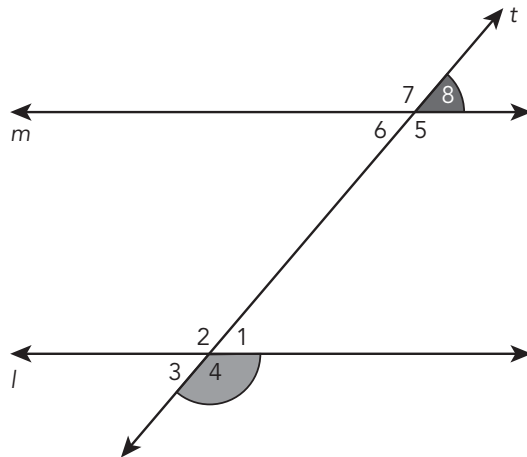
Ángulos interiores del mismo lado



Los **ángulos interiores del mismo lado** se encuentran en el mismo lado de la transversal y están entre las otras dos rectas.

Un ejemplo de ángulos interiores del mismo lado es $\angle 2$ y $\angle 6$.

Ángulos exteriores del mismo lado



Los **ángulos exteriores del mismo lado** se encuentran en el mismo lado de la transversal y están afuera de las otras dos rectas.

Un ejemplo de ángulos exteriores del mismo lado es $\angle 4$ y $\angle 8$.

Desarrollar los fundamentos de las funciones

TEMA 1	De proporciones a relaciones lineales.....	19
TEMA 2	Relaciones lineales	23





TEMA 1 De proporciones a relaciones lineales

En este tema, los estudiantes se basan en sus conocimientos de razones y relaciones proporcionales para desarrollar conexiones entre relaciones proporcionales, líneas y ecuaciones lineales. Los estudiantes comparan las relaciones proporcionales representadas en diferentes maneras para asegurar que comprendan a fondo el significado de la proporcionalidad. Luego, utilizan triángulos similares para explicar por qué la pendiente de una recta siempre se la misma entre dos puntos cualesquiera sobre la recta.



¿Dónde hemos estado?

En 6.º grado, los estudiantes desarrollaron su conocimiento de razones. El año siguiente, determinaron características de escenarios, tablas, gráficas y ecuaciones de las relaciones proporcionales. Los estudiantes repasan sus conocimientos previos de razones y relaciones proporcionales, incluso la tasa unitaria y la constante de proporcionalidad.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema relaciona el concepto de razones y relaciones proporcionales que se aprendieron en grados anteriores con un enfoque principal en las funciones matemáticas de nivel superior. En el siguiente tema, los estudiantes aumentarán su familiaridad y flexibilidad para determinar la pendiente y escribir ecuaciones de relaciones lineales a partir de diferentes representaciones y en diferentes formas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Puede ayudar más con el aprendizaje de su estudiante si le pide que retroceda un poco y piense en una estrategia diferente cuando su mente se ha quedado bloqueada.

Preguntas para realizar

- ¿Qué estrategia estás utilizando?
- ¿Cuál es otra forma de resolver el problema?
- ¿Puedes dibujar un modelo?
- ¿Puedes volver a este problema después de hacer otros problemas?

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- relación proporcional
- constante de proporcionalidad
- relación no proporcional
- tasa de cambio
- pendiente

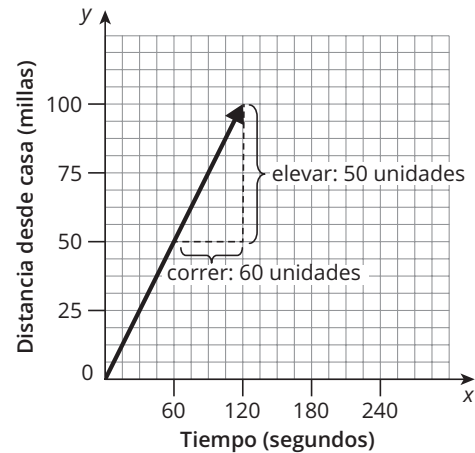
Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Una **relación proporcional** es aquella en la que la razón de las entradas respecto a los resultados es constante. Para que una relación ilustre una relación proporcional, todas las razones $\frac{y}{x}$ o $\frac{x}{y}$ deben representar la misma constante.

En cualquier relación lineal la **pendiente** describe la dirección y la inclinación de una recta y por lo general es representada por la variable m . La pendiente es otro nombre para la tasa de cambio.

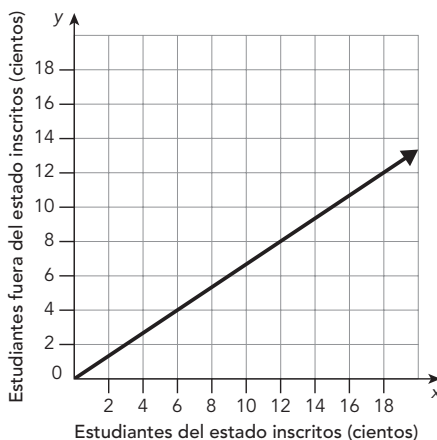
La pendiente de la recta es $\frac{50}{60}$ o $\frac{5}{6}$.



En la **Lección 1: Representaciones de relaciones proporcionales**, los estudiantes se basan en sus conocimientos de razones y relaciones proporcionales para desarrollar conexiones entre relaciones proporcionales, rectas y ecuaciones lineales.

Relaciones proporcionales

Una relación en la cual la razón de las entradas respecto a las salidas es constante es una **relación proporcional**. Las relaciones proporcionales se pueden representar con tablas, gráficas y ecuaciones.



Estudiantes dentro del estado inscritos en una universidad	Estudiantes fuera del estado inscritos en una universidad
0	0
600	400
1500	1000

Por ejemplo, la razón de estudiantes dentro del estado a estudiantes fuera del estado en una universidad es de 3 : 2. Esta razón 3 : 2 de estudiantes dentro del estado a estudiantes fuera del estado en una universidad está representada por esta tabla.

En una gráfica, una relación proporcional se representa como una recta que pasa por el origen. La gráfica muestra la misma relación proporcional que la que representa la tabla.

Siempre escribes la ecuación para una relación proporcional en la forma $y = kx$, donde x representa un valor de entrada, y representa un valor de salida y k representa alguna constante que no es igual a 0. La constante k es la **constante de proporcionalidad**. La razón 3 : 2 de estudiantes dentro del estado a estudiantes fuera del estado en una universidad está representada por la ecuación $y = \frac{2}{3}x$. La constante de proporcionalidad es de $\frac{2}{3}$.

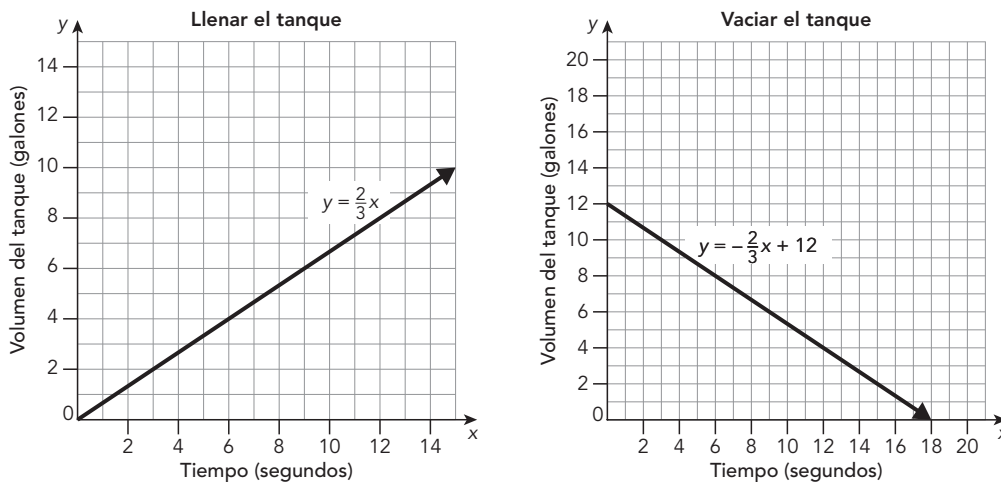
En la **Lección 2: Utilizar triángulos similares para describir la inclinación de una recta**, los estudiantes relacionan la tasa unitaria, la constante de proporcionalidad y el factor de escala con el concepto de tasa de cambio.

Tasa de cambio

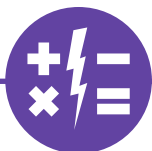
La **tasa de cambio** para una situación es el valor que cambia la cantidad dependiente en comparación con el valor que cambia la cantidad independiente.

El signo de la pendiente indica la dirección de una recta. Si la pendiente de una recta es positiva, entonces la gráfica aumenta de izquierda a derecha. Si la pendiente de una recta es negativa, entonces la gráfica disminuye de izquierda a derecha.

Por ejemplo, considera las dos gráficas. La primera representa un tanque que se llena a $\frac{2}{3}$ galones por segundo. La segunda representa el tanque que se vacía a $\frac{2}{3}$ galones por segundo, a partir de los 12 galones.



La pendiente de la recta que representa el tanque que se llena es $\frac{2}{3}$.
 La pendiente de la recta que representa el tanque que se vacía es $-\frac{2}{3}$.



MITO

Mito: Hay una forma correcta de resolver problemas matemáticos.

Emplear varias estrategias para llegar a una sola solución correcta es importante en la vida. Supón que estás conduciendo en un área abarrotada en el centro de la ciudad. Si un camino está congestionado, siempre puedes tomar una vía diferente. Si solo conoces un camino, entonces se te acabó la suerte.

Aprender matemáticas no es diferente. Es posible que solo haya una respuesta correcta, pero a menudo hay varias estrategias para llegar a esa solución. Todos deberíamos adoptar el hábito de decir: *Muy bien, hay una manera de hacerlo. ¿Hay otra manera? ¿Cuáles son los pros y los contras?* De esa manera, se evita caer en la trampa de pensar que únicamente hay una manera correcta, ya que la estrategia no siempre funciona o es posible que haya otras estrategias más eficientes.

Es importante enseñar varias estrategias a los estudiantes. Esto ayuda a los estudiantes a comprender los beneficios del método más eficiente. Además, todos tenemos experiencias y preferencias diferentes. Lo que funciona para alguien probablemente no le funcione a alguien más.

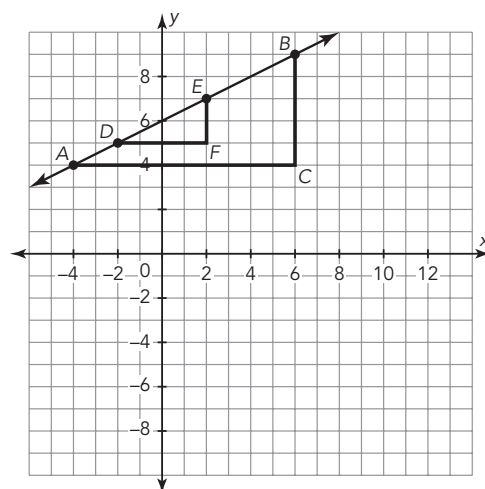
#destruictordemitosmatemáticos

En la **Lección 3: Explorar las pendientes utilizando triángulos similares**, los estudiantes utilizan triángulos similares para explicar que la pendiente es la misma entre dos puntos distintos en una línea que no es vertical.

Pendientes de triángulos similares

Se pueden utilizar las propiedades de triángulos similares para explicar por qué la pendiente m es la misma entre cualquier par de puntos en una recta no vertical en el plano de coordenadas.

Por ejemplo, se pueden utilizar los puntos A , B , D y E a lo largo de la recta graficada para crear dos triángulos rectos en el plano de coordenadas.



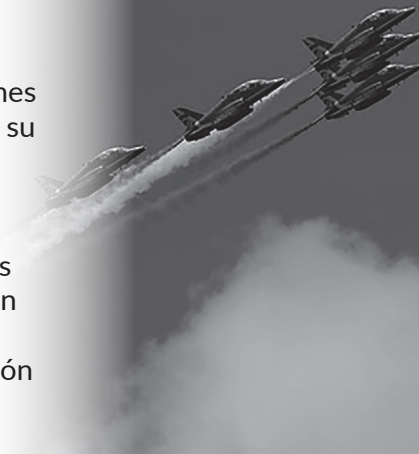
En ambos triángulos, la razón de la distancia vertical a la distancia horizontal es de $\frac{1}{2}$. La pendiente de la recta es la misma entre los puntos A y B y entre los puntos D y E .



TEMA 2 Relaciones lineales

En este tema, los estudiantes desarrollan fluidez con el análisis de relaciones lineales, la escritura de ecuaciones de líneas y la gráfica de líneas. Utilizan su intuición y el conocimiento previo para escribir ecuaciones, crear tablas de valores y graficar ecuaciones para comparar dos relaciones lineales.

Los estudiantes determinan la intersección con el eje y de relaciones lineales a partir de tablas, dos puntos, gráficas y contextos. Grafican líneas presentadas en forma de pendiente-intersección. Los estudiantes exploran las funciones en términos de mapeos, conjuntos de pares ordenados, gráficas, tablas, descripciones verbales y ecuaciones. Aprenden la definición formal de una función y analizan las funciones y relaciones.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes entran en este tema con una comprensión de la pendiente como una tasa unitaria de cambio y como una razón entre el cambio vertical y el cambio horizontal. Tienen experiencia en representar relaciones proporcionales con tablas, gráficas y ecuaciones.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema da la base para el dominio algebraico de los estudiantes al determinar y utilizar ecuaciones de relaciones lineales. Después de este curso, los estudiantes deben entender que las diferentes formas de una ecuación pueden ayudar a aclarar el problema de matemáticas, revelar características de la función o ecuación y hacer que la representación gráfica sea más eficiente.

TEMAS DE DISCUSIÓN

Hable con su estudiante

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. El estudiante está aprendiendo a pensar sobre relaciones lineales como objetos que pueden ser analizados, graficados y comparados.

Preguntas para realizar

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas? ¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- primeras diferencias
- intersección con el eje y
- forma de pendiente-intersección
- mapeo o aplicación
- conjunto
- relación
- entrada
- salida
- función
- diagrama de dispersión
- prueba de la línea vertical
- función lineal

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Las **primeras diferencias** son los valores que se determinan restando valores consecutivos de y en una tabla cuando los valores de x son enteros consecutivos. Cuando las primeras diferencias son iguales, los puntos representados por los pares ordenados en la tabla formarán una línea recta.

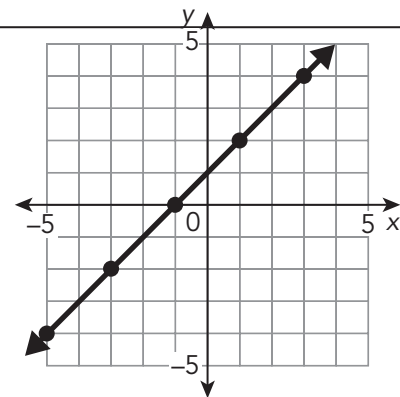
x	y
1	25
2	34
3	45

9
11

Las primeras diferencias son 9 y 11, por lo que los puntos representados por estos pares ordenados no formarán una línea recta.

La intersección con el eje y es la coordenada y del punto en donde la gráfica interseca al eje y . La intersección con el eje x puede escribirse en la forma $(0, b)$.

La intersección con el eje x de la gráfica es $(0, 1)$.



En la **Lección 3: Relaciones lineales en contexto**, los estudiantes desarrollan una comprensión más profunda de las variables independientes y dependientes.

Variables independientes y dependientes

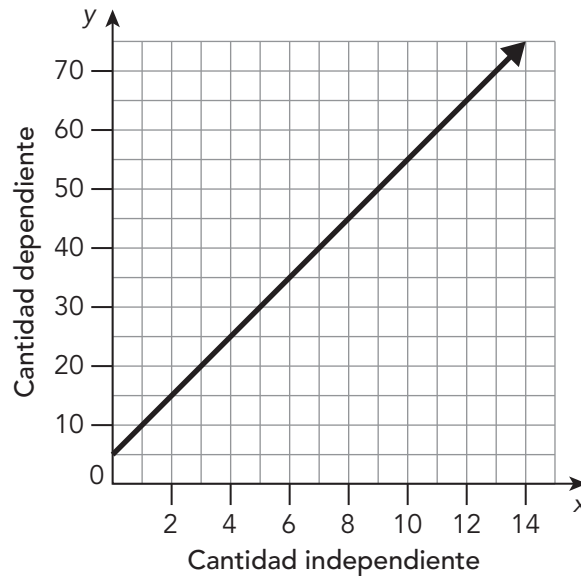
Al representar cantidades en una tabla, la cantidad **independiente** está representada en la columna izquierda y la cantidad **dependiente** está representada en la columna derecha.

Al graficar una relación, el eje horizontal representa la cantidad independiente y el eje vertical representa la cantidad dependiente. Debes incluir una etiqueta en cada eje.

Al escribir una ecuación en la forma de pendiente-intersección $y = mx + b$, el valor de x es la variable independiente y el valor de y es la variable dependiente. Es importante definir las variables que elijas.

Por ejemplo, la tabla y la gráfica que se muestran representan la ecuación $y = 5x + 5$.

Cantidad independiente	Cantidad dependiente
0	5
1	10
2	15
3	20



En la **Lección 4: Forma pendiente-intersección de una recta**, los estudiantes formalizan los conceptos de intersección con el eje y y la forma pendiente-intersección de una recta

Resolver la intersección con el eje y

Puedes utilizar la fórmula de pendiente, la fórmula y la forma pendiente-intersección de una línea para determinar la intersección con el eje y y para la gráfica de una relación lineal a partir de una tabla de valores.

Por ejemplo, puedes determinar la intersección con el eje y de una ecuación lineal desde la tabla de valores que se muestra.

Primero, determina la pendiente.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 7}{3 - 2} = \frac{3}{1} = 3$$

Luego, elige cualquier punto de la tabla: (4, 13).

x	y
2	7
3	10
4	13

Ahora, sustituye lo que sabes en la ecuación pendiente-intersección de una recta, $y = mx + b$, y resuelve la coordenada y.

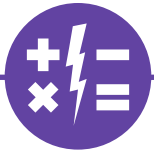
$$y = mx + b$$

$$13 = 3(4) + b$$

$$13 = 12 + b$$

$$1 = b$$

La intersección con el eje y es (0, 1).



MITO

Mito: Los estudiantes solo utilizan el 10 % del cerebro.

En Hollywood, les encanta la idea de que los seres humanos solo utilizan una pequeña parte de sus cerebros. Esta noción formó la base de muchas películas de ciencia ficción. Ambas películas le dicen al público: ¡Imagínate lo que podrías lograr si pudieras utilizar el 100 % del cerebro!

Si bien no estamos en Hollywood, la buena noticia es que sí utilizas el 100 % de tu cerebro. Cuando miras a tu alrededor en el salón, tu *corteza visual* está ocupada componiendo imágenes, tu *corteza motora* está ocupada moviendo tu cuello y todas las *áreas asociativas* reconocen los objetos que ves. Mientras tanto, el *cuerpo calloso*, que es una franja gruesa de neuronas que conectan los dos hemisferios cerebrales, asegura que toda esta información se mantenga coordinada. Además, el cerebro lo hace automáticamente, lo que libera espacio para pensar en conceptos profundos y abstractos... ¡como las matemáticas!

#destruordemitosmatemáticos

En la **Lección 5: Definición de relaciones funcionales**, los estudiantes analizan mapeos, conjuntos de pares ordenados, tablas, gráficas y ecuaciones y determinan si estas relaciones son funciones.

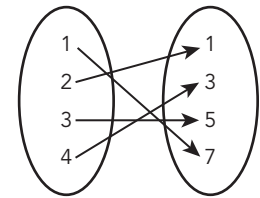
Mapeo

La gráfica de una relación tiene significado porque muestra cómo la cantidad dependiente cambia a medida que la cantidad independiente cambia.

Puedes utilizar un mapeo para mostrar pares ordenados. Un **mapeo** representa dos conjuntos de objetos o artículos. Los objetos están conectados por flechas para representar una relación entre ellos. Cuando escribes pares ordenados para un mapeo, estás escribiendo un conjunto de pares ordenados.

Un **conjunto** es un grupo de números, figuras geométricas, letras u otros objetos que tienen alguna característica en común. Una **relación** es cualquier conjunto de pares ordenados o el mapeo entre un conjunto de **entradas** y un conjunto de **resultados**.

En el mapeo que se muestra, el conjunto de pares ordenados es $\{(1, 7), (2, 1), (3, 5), (4, 3)\}$. El conjunto de **entradas** es $\{1, 2, 3, 4\}$ y el conjunto de **salidas** es $\{1, 3, 5, 7\}$.



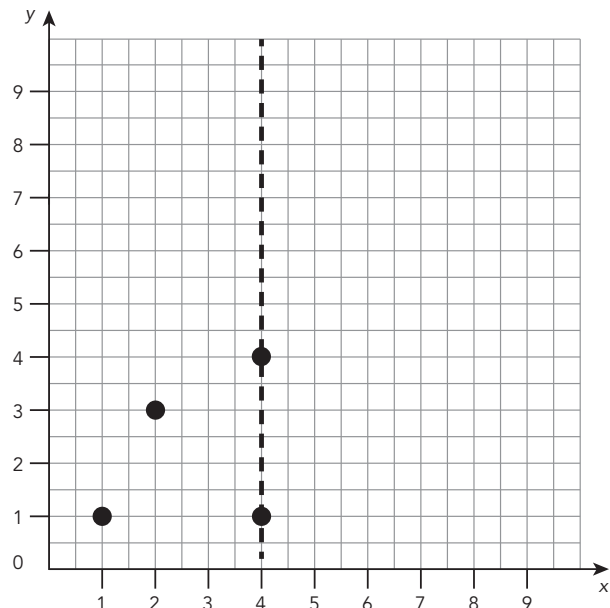
Este mapeo representa una **función** porque cada entrada se mapea hacia una sola salida.

Diagramas de dispersión

Una relación se puede representar también como una gráfica.

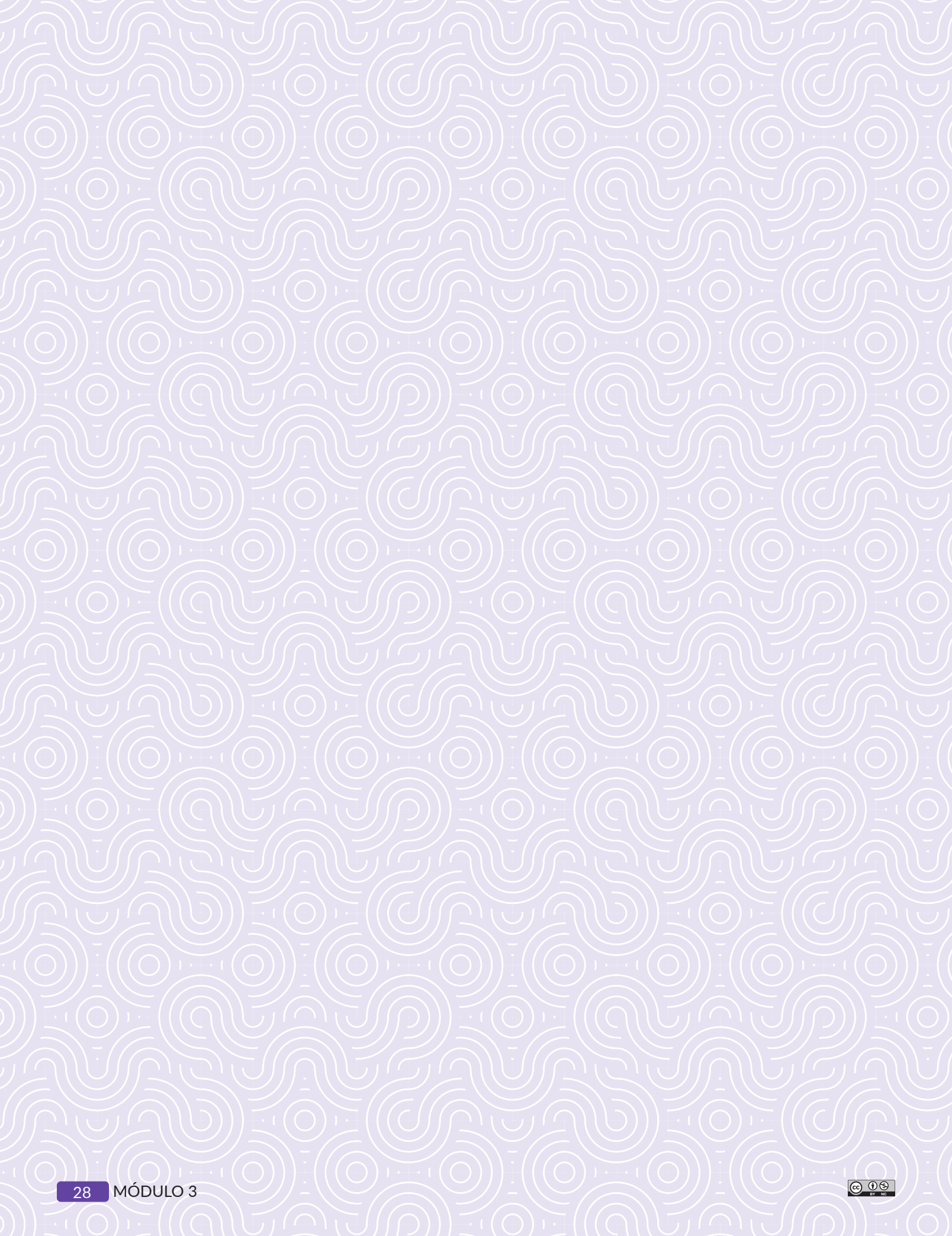
Un **diagrama de dispersión** es una gráfica de una colección de pares ordenados. La **prueba de recta vertical** es un método que sirve para determinar si la relación es una función. Para aplicar la prueba de recta vertical, piensa en todas las rectas verticales que podrían dibujarse en la gráfica de una relación. Si cualquiera de las rectas verticales interseca la gráfica de la relación en más de un punto, entonces la relación no es una función.

En este diagrama de dispersión, la relación no es una función. El valor de entrada 4 se puede aplicar a dos salidas diferentes, 1 y 4. Esos dos valores de salida se muestran como intersección a la recta vertical dibujada en $x = 4$.



Datos en todas partes

TEMA 1	Patrones en datos bidimensionales	29
TEMA 2	Variabilidad y muestreo	35





TEMA 1 Patrones en datos bivariados

En este tema, los estudiantes repasan el proceso estadístico e investigan las asociaciones en datos bivariados, tanto cuantitativos como categóricos. En los diagramas de dispersión, los estudiantes ajustan informalmente las líneas de tendencia y usan dichas líneas para aplicar y juzgar la lógica de las predicciones acerca de los datos. Determinarán las ecuaciones de dichas líneas, también denominadas rectas que mejor se ajustan, e interpretarán las pendientes y las intersecciones con el eje y de las líneas.



¿Dónde hemos estado?

En temas anteriores, los estudiantes han interpretado puntos en planos de coordenadas en el contexto de un escenario. En este tema, identifican puntos específicos en diagramas de dispersión y explican informalmente los patrones que observan. Luego, los estudiantes utilizan su intuición y el vocabulario nuevo para describir los patrones en los diagramas de dispersión proporcionados.

¿Hacia dónde vamos?

En este tema, los estudiantes ajustan informalmente las líneas de tendencia o las rectas de mejor ajuste a diagramas de dispersión para hacer predicciones. Interpretan la pendiente y la intersección y de la línea de tendencia en contexto. En los próximos cursos, utilizarán la tecnología para ajustar rectas formalmente y otras funciones a datos utilizando modelos de regresión.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar aún más a que el estudiante aprenda si evita, tanto como sea posible, de responder un problema en el que el estudiante está trabajando. Los estudiantes aprenderán los métodos algebraicos abreviados que posiblemente ya conozcan, pero solo cuando cuenten con experiencia en razonamiento matemático. Al principio esto puede parecer demasiado extenso. Sin embargo, cuando practica para hacer buenas preguntas en lugar de ayudar al estudiante a obtener la respuesta, este aprenderá a confiar en su propio conocimiento, razonamiento, paciencia y constancia cuando le cueste trabajo un tema de matemáticas.

Preguntas para realizar

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema?
¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta?
¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas?
¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

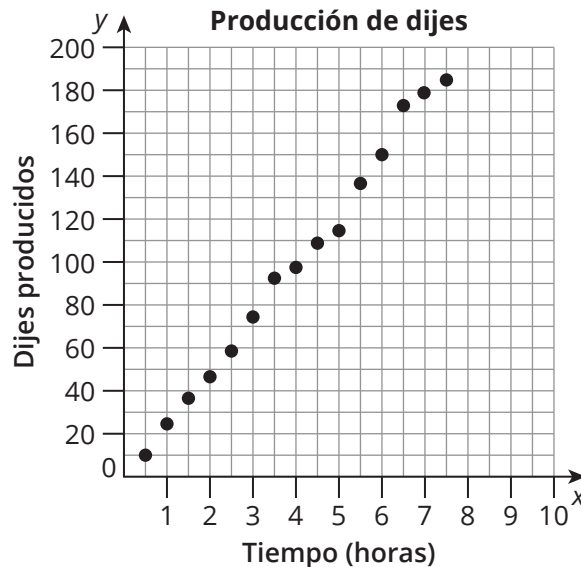
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- datos bivariados
- variable explicativa
- variable de respuesta
- asociación
- asociación lineal
- asociación positiva
- asociación negativa
- valor extremo o atípico
- línea de tendencia
- modelo
- interpolación
- extrapolación

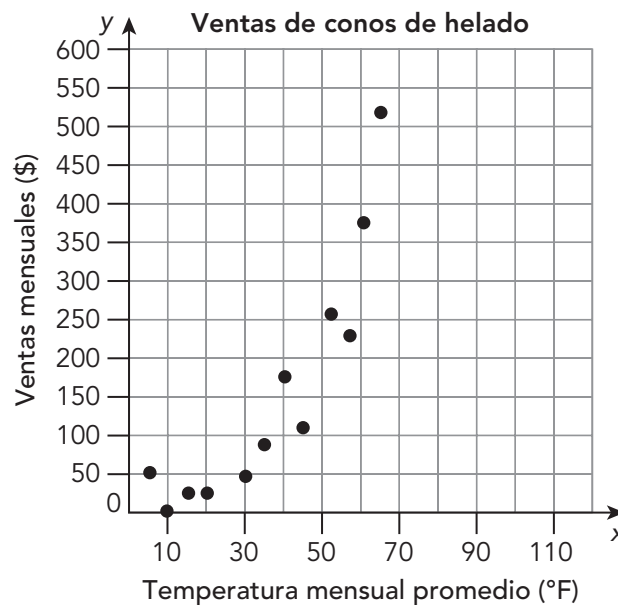
Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Una **asociación lineal** ocurre cuando los puntos en el diagrama de dispersión están organizados de tal modo que, cuando ves la gráfica de izquierda a derecha, puedes imaginar una recta que atraviesa el diagrama de dispersión con la mayoría de los puntos cerca de ella.

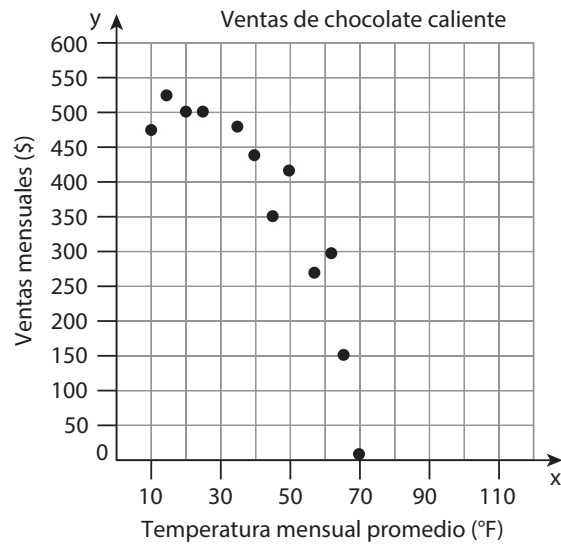


Las dos variables tienen una **asociación positiva** si, a medida que la variable explicativa aumenta, la variable de respuesta también aumenta.



Hay una asociación positiva entre la temperatura mensual promedio y la cantidad, en dólares, de ventas mensuales de conos de helado.

Si la variable de respuesta disminuye a medida que la variable explicativa aumenta, entonces las dos variables tienen una **asociación negativa**.



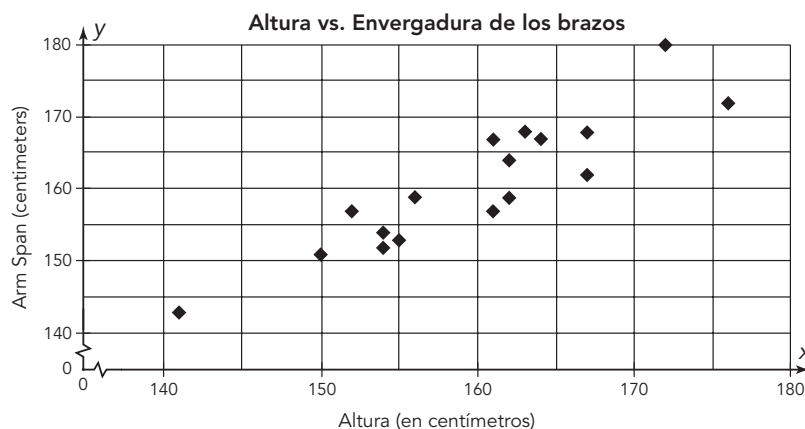
Hay una asociación negativa entre la temperatura mensual promedio y la cantidad, en dólares, de ventas de chocolate caliente.

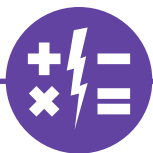
En la **Lección 1: Analizar patrones en diagramas de dispersión**, los estudiantes construyen y analizan diagramas de dispersión de datos bivariados para explorar patrones en los datos.

Datos bivariados

Cuando recopilas información sobre dos características distintas de la misma persona, cosa o evento, estás recopilando **datos bivariados**. Un **diagrama de dispersión** es una gráfica de un conjunto de pares ordenados. Los puntos en un diagrama de dispersión no están conectados, pero permiten investigar patrones en datos bivariados comparando las dos variables.

Por ejemplo, el diagrama de dispersión que se muestra representa el tiempo de espera en la fila como coordenada en x y asistentes de la película como coordenada en y.





MITO

“Aprendo mejor cuando la forma de enseñanza coincide con mi estilo de aprendizaje”.

Si preguntan, la mayoría de las personas dirán que tienen un estilo de aprendizaje, que es la preferencia expresada para aprender viendo imágenes, escuchando diálogos, viendo palabras o interactuando físicamente con el material. Algunas personas incluso creen que es tarea del maestro presentar la información de acuerdo con esa preferencia.

Sin embargo, resulta que la mejor evidencia científica disponible no apoya estilos de aprendizaje. En otras palabras, cuando un estudiante que aprende de forma auditiva recibe información por medio de un modelo visual, lo resuelve igualmente bien que un estudiante que aprende de forma auditiva cuando recibe información verbal. Algunos estudiantes prefieren aprender de forma visual, otros de forma escrita y otros con sonidos, pero si lo hacen únicamente adhiriéndose a sus preferencias no los ayuda a aprender más. No obstante, es mucho más importante asegurar que el estudiante tenga puesta su atención en una actividad de aprendizaje interactiva para lograr que la información nueva se conecte con el conocimiento previo del estudiante.

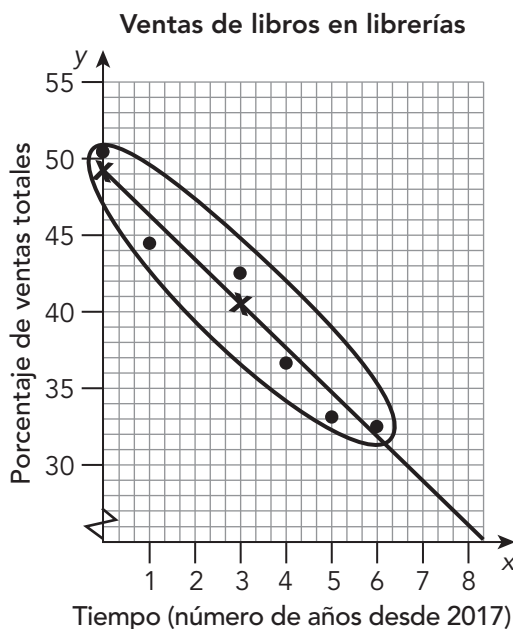
#destruordemitosmatemáticos

Cuando buscas una relación en datos bivariados, ¿te interesa saber si una variable genera un cambio en la otra variable? En este caso, una variable, la **variable explicativa**, es la variable independiente. La **variable de respuesta** es la variable dependiente, porque ésta es la variable que responde a lo que cambia en la variable explicativa. En el diagrama de dispersión de arriba, el tiempo de espera es la variable explicativa y asistentes de la película es la variable dependiente.

En la **Lección 2: Trazar líneas de tendencia**, los estudiantes construyen una línea de tendencia y la usan para hacer predicciones sobre los datos bivariados.

Línea de tendencia

Aunque una línea recta no atraviese todos los puntos en un diagrama de dispersión, puedes utilizar una recta para aproximar los datos lo más posible. Este tipo de línea se llama línea de tendencia. Una **línea de tendencia** es una recta que se acerca al mayor número de puntos posibles, pero que no necesita atravesarlos a todos. Cuando usas una línea de tendencia, la línea y su ecuación se conocen como un **modelo** de los datos. Construir una línea de tendencia es útil para predecir los valores que no se muestran en el diagrama.



Para construir una línea de tendencia, primero traza todos los datos.

Luego, dibuja un óvalo que encierre todos los datos.

Después, dibuja una recta que divida los datos encerrados por la mitad.

La idea es que identifiques una recta que tenga el mismo número de puntos del otro lado.

Extrapolar e interpolar

Si estás prediciendo valores que caen dentro de los valores trazados en un diagrama de dispersión, estás **interpolando**. Si estás prediciendo valores que caen fuera de los valores trazados, estás **extrapolando**. Por ejemplo, predecir el porcentaje de ventas de libros en librerías en 2006 utilizando la línea de tendencia es un ejemplo de interpolación, mientras que predecir el porcentaje de ventas de libros en librerías en 2012 utilizando la misma línea sería un ejemplo de extrapolación.



TEMA 2 Variabilidad y muestreo

En este tema, los estudiantes continuarán desarrollando su conocimiento del proceso estadístico enfocándose en el segundo componente del proceso: la recopilación de datos. Aprenden sobre muestras, poblaciones, censos, parámetros y estadísticas. Los estudiantes muestran datos y comparan la diferencia de las medidas de centro para dos poblaciones con sus medidas de variabilidad. Se les presenta a los estudiantes la desviación media absoluta como una medida de variabilidad. Calculan y utilizan la desviación media absoluta para describir cómo los datos se dispersan alrededor de la media del conjunto de datos. Luego, los estudiantes sacan conclusiones sobre dos poblaciones utilizando muestras aleatorias.



¿Dónde hemos estado?

En cursos anteriores, los estudiantes aprendieron y utilizaron aspectos del proceso de resolución de problemas estadísticos: formulación de preguntas, recopilación de datos, análisis de datos e interpretación de resultados. También utilizaron representaciones de datos numéricos, incluidas las medidas de centro y las medidas de variabilidad.

¿Hacia dónde vamos?

En los próximos cursos, los estudiantes aprenderán sobre tipos específicos de muestreo aleatorio y el sesgo inherente en las técnicas de muestreo. Seguirán analizando y comparando muestras aleatorias de poblaciones y comparando sus medidas de centro y variabilidad.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante en su aprendizaje abordando los problemas de forma lenta. Los estudiantes pueden observar que un compañero de clase aprende las cosas con mucha rapidez y también pueden llegar a creer que las matemáticas se tratan de obtener la respuesta correcta lo más rápido posible. Cuando este no es el caso para ellos, los encuentros futuros con las matemáticas pueden generar ansiedad, lo que dificulta más la resolución de problemas y refuerza la imagen propia del estudiante de que “no es bueno para las matemáticas”. Hacerlo despacio no es la cura definitiva para las dificultades matemáticas, pero es un buen primer paso para los estudiantes que están teniendo dificultades. Puedes reforzar el punto de vista de que el aprendizaje con comprensión demora más tiempo y que realizar trabajo lento y pausado constituye la regla, no la excepción.

Preguntas para realizar

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas? ¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- desviación
- desviación absoluta
- desviación media absoluta (DMA)
- encuesta
- datos
- población
- censo
- muestra
- parámetro
- estadística
- muestra aleatoria

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Cuando se recopilan datos de una población, la característica utilizada para describir la población se llama **parámetro**.

Cuando se recopilan datos de una muestra, la característica utilizada para describir la muestra se llama **estadística**.

En la **Lección 1: Desviación media absoluta**, se presenta a los estudiantes el concepto de desviación y desviación media absoluta.

Desviación

Una medida de variación que describe la dispersión de los valores se llama **desviación**. La desviación de un valor indica qué tan lejos de la media, o del promedio, está ese valor. Para calcular la desviación, le restas la media al valor:

$$\text{desviación} = \text{valor} - \text{media}$$

Por ejemplo, la media del conjunto de datos 15, 12, 13, 10, 9 y 13 es 12.

La tabla describe la desviación de la media de cada punto de datos.

Punto de datos	15	12	13	10	9	13
Desviación de la media	3	0	1	-2	-3	1

Desviación absoluta

Para tener una idea de la dispersión de los valores, toma el valor absoluto de cada desviación y determina la media de esos valores absolutos. El valor absoluto de cada desviación se denomina **desviación absoluta**. La **desviación media absoluta (DMA)** es la media de las desviaciones absolutas.

Por ejemplo, la desviación media absoluta de los datos representados en la tabla es

$$\frac{|3| + |0| + |1| + |-2| + |-3| + |1|}{6} = \frac{10}{6}.$$

Entonces, la DMA es de 1.67.

En la **Lección 2: Recopilar muestras aleatorias**, los estudiantes revisan el proceso estadístico y profundizan su comprensión del segundo componente del proceso: la recopilación de datos.

El proceso estadístico

Hay cuatro partes en el proceso estadístico:

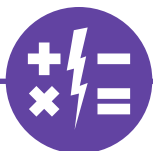
- Formular una pregunta estadística.
- Recopilar datos.
- Analizar los datos con números y gráficas.
- Interpretar los resultados.

Una estrategia de recolección de datos que puedes utilizar es una **encuesta**. Una encuesta es un método para recopilar información sobre un grupo de personas. Esto involucra hacerles a esas personas una pregunta o un conjunto de preguntas. Cuando se recolecta información, se le llama **datos**.

La **población** es el conjunto entero de objetos del que se seleccionan los datos. Cuando decides qué quieres estudiar, la población es el conjunto de todos los elementos en los cuales estás interesado. Los elementos de esa población pueden ser personas u objetos. Un **censo** contiene datos recopilados de cada miembro de una población.

En la mayoría de los casos, no es posible ni lógico recopilar datos de la población entera. Cuando se recopilan datos de una parte de la población, los datos se llaman **muestra**.

Cuando se recopila información de una muestra con el fin de describir algo sobre la población, es importante que dicha muestra sea tan representativa de la población como sea posible. Una **muestra aleatoria** es una muestra que se toma de la población de forma tal que cada uno de los miembros de la población tenga la misma probabilidad de ser elegido.



MITO

Más rápido = más inteligente.

En la mayoría de los casos, la velocidad no tiene nada que ver con qué tan inteligente eres. ¿Por qué sucede esto? Porque en gran parte depende de qué tan familiarizado estés con un tema. Por ejemplo, un mecánico de motocicletas puede ver una motocicleta durante unos 8 segundos e indicarte detalles acerca de esta que probablemente ni siquiera habías notado (por ejemplo, el neumático delantero está puesto hacia atrás). ¿Esa persona es inteligente? ¡Seguro! Supón, en lugar de ello, que al mismo mecánico de motocicletas le muestras un automóvil. ¿Podrá proporcionar la misma cantidad de detalles como lo hizo con la bicicleta? ¡No!

Es fácil confundir la velocidad con la comprensión. La velocidad está asociada con la memorización de los hechos. La comprensión, en cambio, es un proceso metódico que consume mucho tiempo. Comprender es el resultado de hacer muchas preguntas y ver la relación entre las distintas ideas. Muchos matemáticos que ganaron la Medalla Fields (es decir, el Premio Nobel de Matemáticas) se describen como pensadores sumamente lentos. Eso se debe a que el pensamiento matemático requiere comprensión más que memorización.

#destruordemitosmatemáticos

En la **Lección 3: Poblaciones de muestra**, se presenta a los estudiantes el concepto y el propósito de un censo.

Cuando se trata de una gran cantidad de datos, a menudo resulta poco práctico analizar todos los puntos de datos. Una muestra es un subconjunto de un conjunto de datos más grande que puede usarse para determinar las características de un grupo completo.

Muestra aleatoria

Supón que un estado tiene 67 condados, todos con diferentes poblaciones. Genera una muestra aleatoria. Luego, puedes usar la muestra para determinar las estadísticas promedio para todo el estado.

Condado	Población	Desviación absoluta de la media
Adams	91,292	120,152.875
Butler	174,083	37,361.875
Dauphin	251,798	40,353.125
Huntingdon	45,586	165,858.875
Luzerne	319,250	107,805.125
Montgomery	750,097	538,652.125
Potter	18,080	193,364.875
Tioga	41,373	170,071.875

Media de la población de muestra: 211,444.875

Mediana de la población de muestra: 132,687.5

Desviación media absoluta de la población de muestra:
171,702.5938

Media de toda la población: 181,212.1618

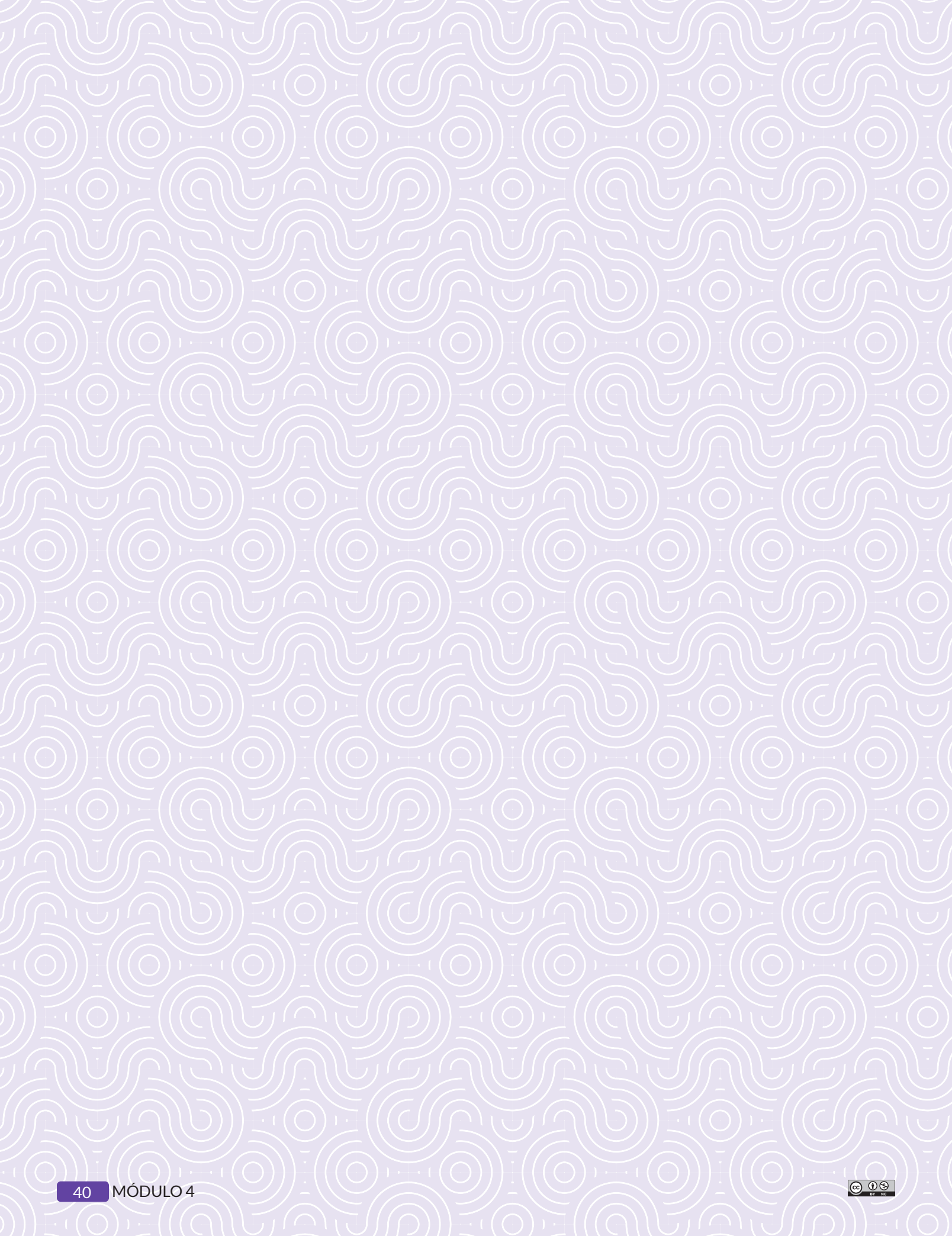
Mediana de toda la población: 90,366

Desviación media absoluta de toda la población: 162,548.439

La media, la mediana y la desviación media absoluta de la población de la muestra son ligeramente mayores que la media, la mediana y la desviación absoluta media de toda la población. Sin embargo, la media y la desviación media absoluta son bastante cercanas. Esto significa que la muestra aleatoria probablemente sea una representación precisa de toda la población.

Elaborar modelos de ecuaciones lineales

TEMA 1	Resolver ecuaciones y desigualdades lineales	41
TEMA 2	Sistemas de ecuaciones lineales	45





TEMA 1 Resolver ecuaciones y desigualdades lineales

En este tema, los estudiantes amplían su capacidad para resolver ecuaciones lineales de una variable resolviendo ecuaciones con variables a ambos lados del signo igual. Los estudiantes repasan las estrategias previamente aprendidas para resolver ecuaciones y aprenden nuevas estrategias para hacer más eficiente la resolución de ecuaciones. Los estudiantes desarrollan una comprensión de las condiciones que generan ecuaciones que tienen una solución, ninguna solución o soluciones infinitas. Luego, los estudiantes elaboran modelos de situaciones dadas con desigualdades de una variable, incluidas aquellas con variables en ambos lados del símbolo de desigualdad. Escriben los posibles escenarios que podría representar una desigualdad dada con variables en ambos lados del símbolo de desigualdad.



¿Dónde hemos estado?

En cursos anteriores, los estudiantes han resuelto ecuaciones de las formas $px + q = r$ y $p(x + q) = r$, donde p , q y r son números racionales. Ellos también utilizaron propiedades, incluyendo la propiedad distributiva, para factorizar y ampliar expresiones algebraicas. En este tema, los estudiantes repasan las estrategias que aprendieron en cursos anteriores y aprenden estrategias adicionales para hacer más simple y eficiente la resolución de ecuaciones.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema conecta desde la resolución de ecuaciones de una variable con variables en un lado del signo igual hasta la resolución de sistemas de ecuaciones lineales algebraicamente en los próximos cursos. Resolver ecuaciones sin solución o con soluciones infinitas también prepara a los estudiantes para resolver, algebraicamente, sistemas de ecuaciones lineales sin solución o con soluciones infinitas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

¡Trabajar con expresiones algebraicas, ecuaciones y desigualdades puede ser complicado! Puede apoyar el aprendizaje de su estudiante permitiéndole enfrentarse a las matemáticas antes de llegar rápido a una conclusión. Puede hacer preguntas para ayudar al estudiante a desarrollar una comprensión más profunda de los conceptos algebraicos.

Preguntas para realizar

- ¿Piensas que esta ecuación/desigualdad tendrá una solución, ninguna solución o muchas soluciones infinitas?
- ¿Puedes simplificar las expresiones en esta ecuación/desigualdad antes de resolverla para hacer más fácil la matemática?
- ¿Tiene sentido tu solución? ¿Cómo puedes verificar tu solución?

NUEVOS TÉRMINOS
CLAVE

- una solución
- sin solución
- soluciones infinitas
- conjunto de soluciones de una desigualdad

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Los estudiantes ya saben que las ecuaciones pueden tener una solución. La ecuación, $3x + 1 = 7$, tiene una solución. El único valor de x que hace que la ecuación sea verdadera es 2. Una ecuación puede no **tener solución**. Por ejemplo, la ecuación $x = x + 2$ no tiene solución. Ningún valor de x puede hacer la ecuación verdadera.

Una ecuación puede tener un número infinito de soluciones. Por ejemplo, la ecuación $x(1 + 1) = 2x$ tiene **soluciones infinitas**. Un número infinito de valores para x hace la ecuación verdadera.

En la **Lección 1: Ecuaciones con variables en ambos lados**, los estudiantes resuelven ecuaciones más complejas que incluyen variables de ambos lados del signo igual.

Resolución de ecuaciones lineales

Una ecuación con variables en ambos lados del signo igual se puede resolver trasladando todos los términos variables a un solo lado de la ecuación y todos los términos constantes al otro lado de la ecuación.

Puedes usar las propiedades de igualdad para reescribir ecuaciones y aumentar tu eficiencia para resolver ecuaciones.

Propiedades de igualdad	Para todos los números a, b y $c, \dots$
propiedad de igualdad de la suma	Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$.
propiedad de igualdad de la resta	Si $a = b$, entonces $a - c = b - c$.
propiedad de igualdad de la multiplicación	Si $a = b$, entonces $ac = bc$.
propiedad de igualdad de la división	Si $a = b$ y $c \neq 0$, entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.



Ethan



$$\begin{array}{r} 5x + 3 = 2x + 5 \\ -5x \quad -5x \\ \hline 3 = -3x + 5 \\ -5 \quad -5 \\ \hline -2 = -3x \\ -3 = -3 \\ \hline \frac{2}{3} = x \\ x = \frac{2}{3} \end{array}$$

Samuel



$$\begin{array}{r} 5x + 3 = 2x + 5 \\ -2x \quad -2x \\ \hline 3x + 3 = 5 \\ -3 \quad -3 \\ \hline 3x = 2 \\ x = \frac{2}{3} \end{array}$$

En la **Lección 2: Análisis y resolución de ecuaciones lineales**, los estudiantes interpretan las soluciones y determinan cuándo las ecuaciones tienen una solución, no tienen solución o tienen soluciones infinitas.

Soluciones de ecuaciones lineales

Una ecuación lineal puede tener **una solución**, **ninguna solución** o **soluciones infinitas**. Cuando una solución de una ecuación es un enunciado verdadero con un valor igual a la variable, solo existe una solución.

Por ejemplo, la ecuación $3(6x - 4) = 2(9x + 5)$ no tiene solución.

Isabella



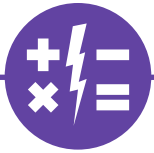
$$\begin{array}{l} 3(6x - 4) = 2(9x + 5) \\ 18x - 12 = 18x + 10 \\ 18x - 18x - 12 = 18x - 18x + 10 \\ -12 \neq 10 \end{array}$$

Cuando la solución a la ecuación es una afirmación verdadera para cualquier valor de la variable, como $x = x$, la ecuación tiene soluciones infinitas.

Isabella



$$\begin{array}{l} 6x + 14 = 2(3x + 7) \\ 6x + 14 = 6x + 14 \\ 6x + -6x + 14 = 6x + -6x + 14 \\ 14 = 14 \end{array}$$



MITO

***Solo dime la regla.
Si conozco la regla,
comprenderé la
matemática.***

Memoriza la siguiente regla: *Todos los drados son ellos.* ¿Recordarás esa regla mañana? No. ¿Por qué no? Porque no significa nada. No está conectada con nada de lo que conoces. Qué sucede si cambiamos la regla a: *Todos los cuadrados son paralelogramos.* ¿Qué tal ahora? ¿Puedes recordar eso? Por supuesto que sí, porque ahora, tiene sentido.

El aprendizaje no se produce en un vacío. *Debe* conectarse a lo que ya sabes. De lo contrario, las reglas arbitrarias se olvidan.

#destructordemitosmatemáticos

En la **Lección 3: Resolver desigualdades lineales**, los estudiantes resuelven desigualdades con variables en ambos lados del símbolo de desigualdad.

Resolver desigualdades lineales

No todas las situaciones se pueden representar con ecuaciones. Algunos escenarios requieren el uso de desigualdades.

Harper and Diego resolvieron cada uno la desigualdad $8x + 2 \geq 5x - 10$.

Harper



$$\begin{aligned}8x + 2 &\geq 5x - 10 \\8x - 5x + 2 &\geq 5x - 5x - 10 \\3x + 2 &\geq -10 \\3x + 2 - 2 &\geq -10 - 2 \\3x &\geq -12 \\\frac{3x}{3} &\geq \frac{-12}{3} \\x &\geq -4\end{aligned}$$

Diego



$$\begin{aligned}8x + 2 &\geq 5x - 10 \\8x - 8x + 2 &\geq 5x - 8x - 10 \\2 &\geq -3x - 10 \\2 + 10 &\geq -3x - 10 + 10 \\12 &\geq -3x \\\frac{12}{-3} &\leq \frac{-3x}{-3} \\-4 &\leq x \\x &\geq -4\end{aligned}$$



TEMA 2 Sistemas de ecuaciones lineales

En este tema, los estudiantes analizan los pares de ecuaciones lineales. Representan los escenarios reales al escribir y graficar sistemas de ecuaciones en la forma de pendiente-intersección ($y = mx + b$). Los estudiantes también determinan la solución para ambas ecuaciones usando gráficas y tablas y luego verifican la solución de manera algebraica.



¿Dónde hemos estado?

En este tema, los estudiantes utilizan lo que han aprendido a lo largo de este curso y en cursos anteriores sobre las relaciones lineales, tablas, gráficas y ecuaciones. Los estudiantes también amplían su conocimiento sobre la proporcionalidad para resolver problemas e investigar soluciones para multiplicar ecuaciones lineales.

¿Hacia dónde vamos?

Las experiencias de los estudiantes en este tema proporcionan la base de un estudio más riguroso y abstracto de los sistemas de ecuaciones en los próximos cursos. En los próximos cursos, los estudiantes resolverán sistemas que incluyen ecuaciones que no son lineales y utilizarán técnicas algebraicas y gráficas para resolver sistemas de desigualdades.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. El estudiante está aprendiendo sobre los sistemas de ecuaciones y la resolución de sistemas mediante la inspección y la representación gráfica.

Preguntas para realizar

- ¿Las ecuaciones en el sistema tienen estructuras similares?
- ¿Tienen la misma pendiente o la misma intersección con el eje y ?
- ¿Cuál es el punto de intersección para la gráfica de ambas ecuaciones en el sistema?
- ¿Tiene sentido tu solución en el contexto del problema?

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- punto de intersección
- punto de equilibrio
- sistema de ecuaciones lineales
- solución de un sistema lineal
- sistema consistente
- sistema inconsistente

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Cuando dos o más ecuaciones lineales definen una relación entre cantidades, forman un **sistema de ecuaciones lineales**.

La **solución de un sistema lineal** es un par ordenado (x, y) que es la solución para ambas ecuaciones en el sistema. Gráficamente, la solución es el punto de intersección. Considera el sistema de ecuaciones lineales.

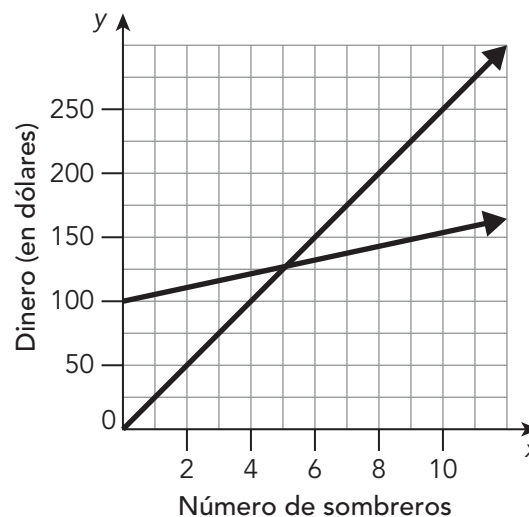
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$$

La solución para este sistema de ecuaciones es $(1, 6)$.

En la **Lección 1: Punto de intersección de gráficas lineales**, los estudiantes grafican sistemas de ecuaciones lineales e interpretan el significado de la solución en el contexto de la situación.

Punto de intersección

El **punto de intersección** es el punto en el cual se cruzan dos líneas en un plano de coordenadas. El punto donde dos gráficas lineales se intersecan representa la solución a ambas ecuaciones. Cuando una línea representa el costo de un artículo y la otra línea representa los ingresos por la venta del artículo, el punto de intersección se denomina **punto de equilibrio**.



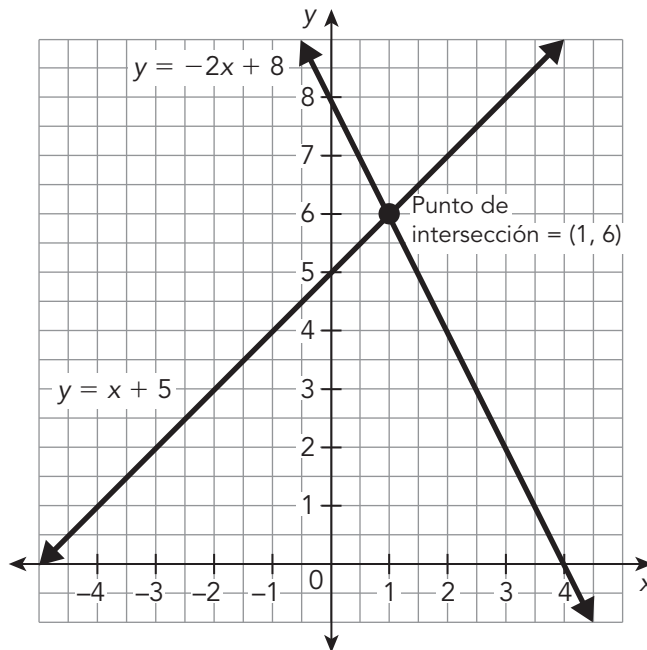
En la **Lección 2: Sistemas de ecuaciones lineales**, los estudiantes escriben y analizan sistemas de ecuaciones lineales. Exploran sistemas de ecuaciones lineales con una solución, sin solución y soluciones infinitas.

Sistemas de ecuaciones lineales

Cuando dos o más ecuaciones lineales definen una relación entre cantidades, forman un sistema de ecuaciones lineales. La solución de un sistema lineal es un par ordenado (x, y) que es la solución para ambas ecuaciones en el sistema. Considera el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$$

Gráficamente, la solución es el punto de intersección o el punto en el que dos o más rectas se cruzan.



Puedes verificar la solución de manera algebraica al sustituir las coordenadas del punto de intersección en ecuaciones en el sistema.

$$y = x + 5$$

$$6 = 1 + 5$$

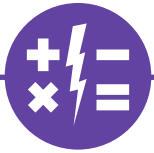
$$6 = 6 \checkmark$$

$$y = -2x + 8$$

$$6 = -2(1) + 8$$

$$6 = -2 + 8$$

$$6 = 6 \checkmark$$



MITO

La memoria es como una grabación de audio o video.

Hagamos un juego. Memoriza la siguiente lista de palabras: fresa, uva, sandía, plátano, naranja, durazno, cereza, arándano, frambuesa. ¿Entendiste? Bien. Algunos creen que el cerebro almacena perfectamente los recuerdos; los recuerdos duran mucho tiempo y no cambian, como una grabación. Sin regresar a la lista original, ¿estaba la palabra manzana en la lista?

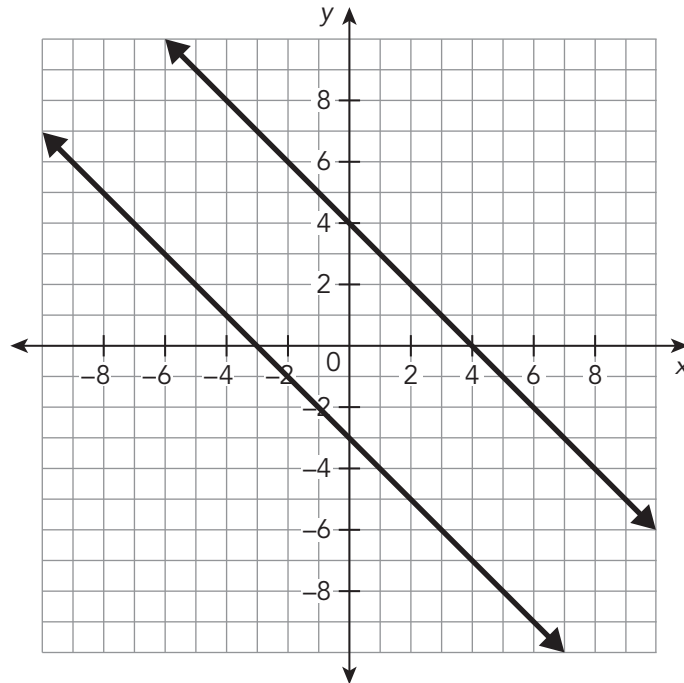
Si respondiste “sí”, entonces regresa y mira la lista. Verás que manzana no aparece, aunque pareciera que sí. En otras palabras, la memoria es un proceso activo y reconstructivo que toma información adicional, como la categoría de las palabras (por ejemplo, fruta) y hace suposiciones acerca de la información almacenada. Esta sencilla demostración sugiere que la memoria no es como una grabación. En cambio, se ve influenciada por los conocimientos previos y se deteriora con el paso del tiempo. En consecuencia, los estudiantes necesitan ver e involucrarse con la misma información múltiples veces para olvidar (y distorsionar) lo menos posible.

#destruordemitosmatemáticos

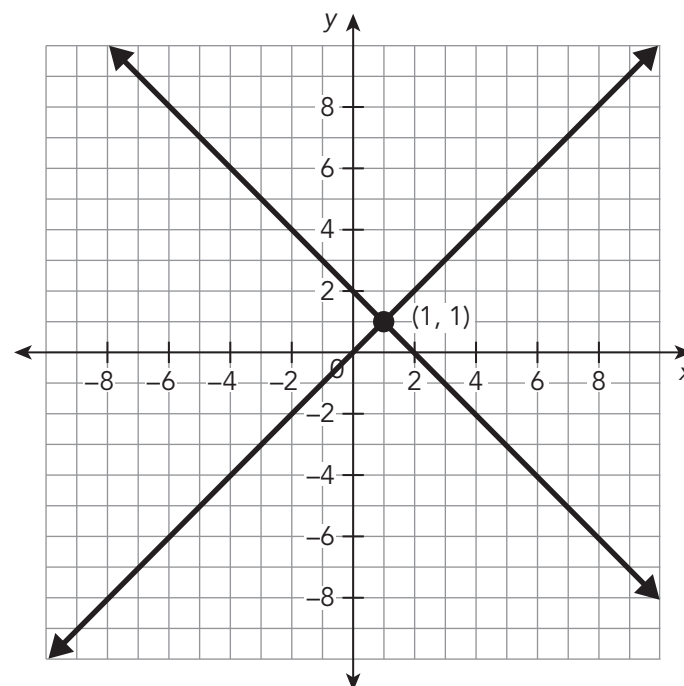
Consistente o inconsistente

Un sistema de ecuaciones puede tener una única solución, soluciones infinitas o ninguna solución. Un sistema que tiene una solución o soluciones infinitas se denomina **sistema compatible**. Un sistema que no tiene una solución se denomina **sistema incompatible**.

En un sistema incompatible, las gráficas de las líneas nunca se cruzan entre sí porque tienen la misma pendiente y diferentes intersecciones con el eje y .

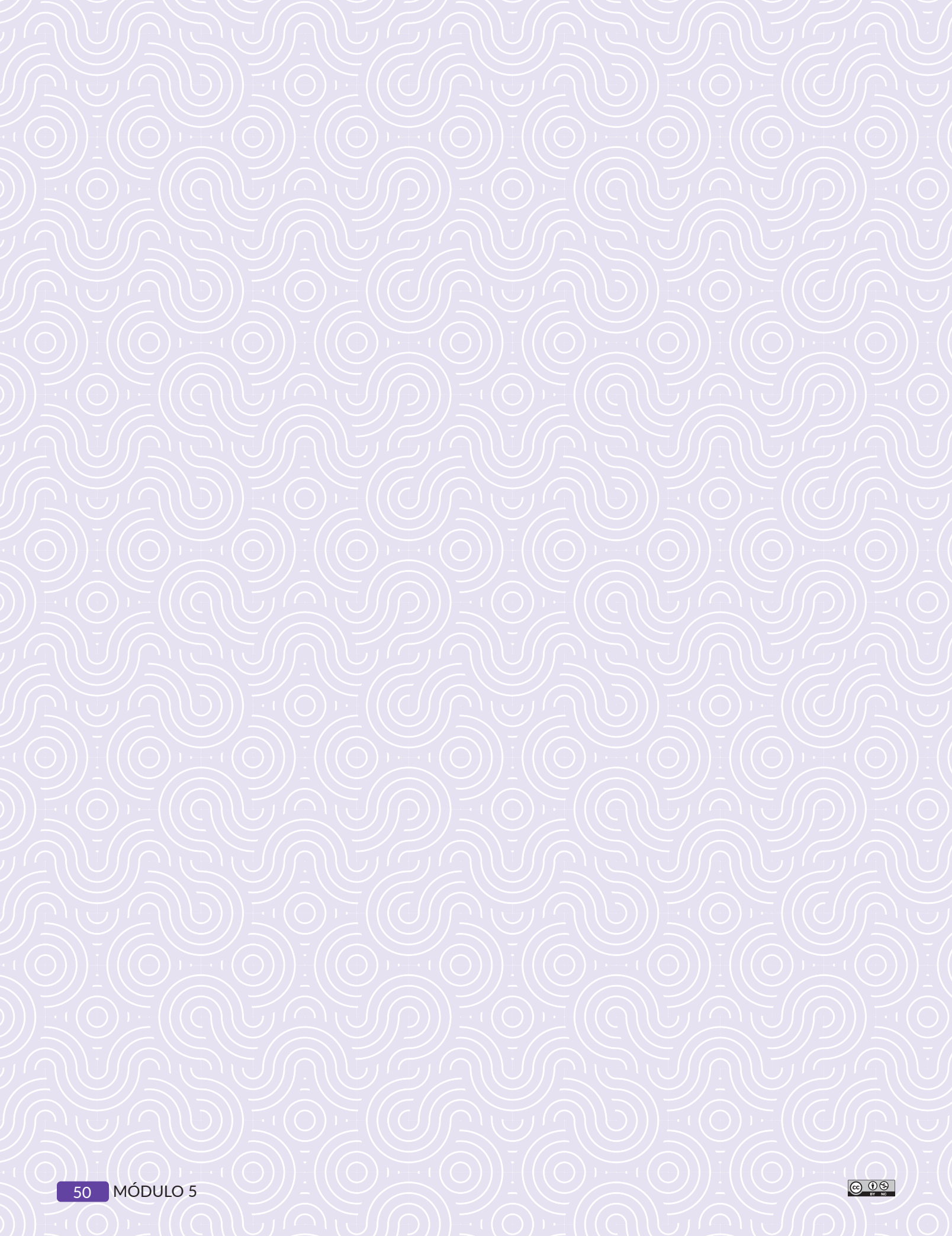


En un sistema compatible, las gráficas de las líneas se intersecan. Si las pendientes de dos líneas son diferentes, se cruzarán en algún punto.



Aplicar potencias

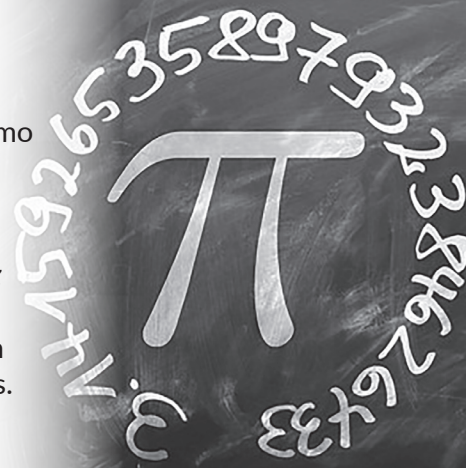
TEMA 1	Números reales	51
TEMA 2	El teorema de Pitágoras	57
TEMA 3	Educación financiera: Tu futuro financiero	61
TEMA 4	Volumen de figuras curvas	65





TEMA 1 Números reales

En este tema, los estudiantes amplían su conocimiento sobre los sistemas numéricos para incluir el conjunto de números irracionales. Ellos repasan cómo escribir fracciones como decimales y luego aprenden a escribir decimales periódicos en forma fraccionaria. Aprenden que los números que no son racionales se denominan irracionales y que la forma decimal de los números irracionales no termina ni se repite. *Los estudiantes utilizan los símbolos de raíz cuadrada para expresar las soluciones a ecuaciones de la forma $x^2 = p$, donde p es un número racional positivo.* Se introduce a los estudiantes en la notación científica como medio para expresar números muy grandes o muy pequeños. Aprenden a pasar de la notación decimal estándar a la notación científica, así como a comparar números expresados en notación científica.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes repasan los conjuntos numéricos que ya conocen y aprenden las propiedades de cada conjunto. Aprenden la definición formal de los números racionales antes de pasar a aprender sobre los números irracionales. Los estudiantes también repasan la identidad aditiva, el inverso aditivo, la identidad multiplicativa y el inverso multiplicativo.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema prepara a los estudiantes para resolver problemas con cuadrados imperfectos en el próximo tema. Los estudiantes comienzan a entender que las matemáticas no son arbitrarias. Cada nuevo sistema numérico que aprenden es el resultado de la necesidad de un número que no está en los sistemas numéricos conocidos actualmente. En los próximos cursos de matemáticas, los estudiantes operarán de manera regular con números irracionales. Comprender las raíces es importante cuando los estudiantes aprenden los números imaginarios que, junto con el conjunto de números reales, comprenden el complejo sistema numérico.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar aún más a que el estudiante aprenda si evita, tanto como sea posible, de responder un problema en el que el estudiante está trabajando. Los estudiantes se enfrentan formalmente con los números irracionales por primera vez en este tema. Ellos necesitarán tiempo y espacio para esforzarse con todas las implicaciones que resultan de trabajar con este sistema numérico desarrollado. Practique cómo hacer buenas preguntas cuando su estudiante encuentre obstáculos.

PREGUNTAS PARA REALIZAR

- ¿Puedes utilizar la estimación para ayudarte a pensar sobre este problema?
- ¿Observas algún patrón?
- ¿Parece razonable tu solución?

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- números naturales
- números enteros
- enteros
- números racionales
- números irracionales
- decimal terminal
- decimal repetitivo/periódico
- notación de barra
- raíz cuadrada
- radical
- radicando
- cuadrado perfecto
- números reales
- notación científica
- mantisa
- característica
- orden de magnitud

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Un **decimal repetitivo** es un decimal en el cual un dígito, o un grupo de dígitos, se repite infinitamente. Los decimales periódicos son números racionales.

$$\frac{1}{9} = 0.111...$$

$$\frac{7}{12} = 0.58333...$$

$$\frac{22}{7} = 3.142857142857...$$

Un **decimal terminal** tiene una cantidad finita de dígitos, lo que significa que luego de una cantidad finita de lugares decimales, todos los lugares decimales posteriores tienen un valor de 0. Los decimales terminal son números racionales.

$$\frac{9}{10} = 0.9$$

$$\frac{15}{8} = 1.875$$

$$\frac{193}{16} = 12.0625$$

En la **Lección 2: Números racionales e irracionales**, los estudiantes diferencian entre números racionales e *irracionales*.

Números racionales e irracionales

Un **número racional** es un número que se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y b no es igual a 0. Un número racional se puede escribir como un decimal *terminal* o *periódico*.

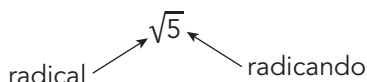
Los demás decimales son números irracionales porque no se pueden escribir como fracciones en la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y b no es igual a 0.

En la **Lección 3: Los números reales**, los estudiantes aprenden las raíces cuadradas de números que no son cuadrados perfectos. Luego, identifican las relaciones entre varios conjunto de números dentro del conjunto de números reales.

Raíz cuadrada

Una **raíz cuadrada** es uno de los dos factores iguales de un número dado. Cada número positivo tiene dos raíces cuadradas: una raíz cuadrada positiva y una raíz cuadrada negativa. La raíz cuadrada positiva se denomina *raíz cuadrada principal*.

El símbolo $\sqrt{\quad}$ se llama un **radical**. El **radicando** es la cantidad bajo un radical.



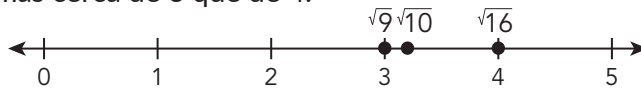
Estimación de raíces cuadradas

Puedes estimar la raíz cuadrada de un número que no es un **cuadrado perfecto**. Primero determina los dos cuadrados perfectos que más se aproximen al radicando, de manera que uno sea menor que el radicando y el otro sea mayor que el radicando. Luego, ubica la expresión en una recta numérica y utiliza la aproximación para calcular el valor.

Por ejemplo, para calcular $\sqrt{10}$ al décimo más cercano, identifica el cuadrado perfecto más próximo menor que 10 y el cuadrado perfecto más próximo mayor que 10.

$$\begin{aligned}\sqrt{9} &< \sqrt{10} < \sqrt{16} \\ 3 &< \sqrt{10} < 4\end{aligned}$$

Esto significa que la estimación de $\sqrt{10}$ está entre 3 y 4. Ubica cada raíz cuadrada en una recta numérica. Cuando se traza la posición aproximada de $\sqrt{10}$ está más cerca de 3 que de 4.



$$\sqrt{10} \approx 3.2$$

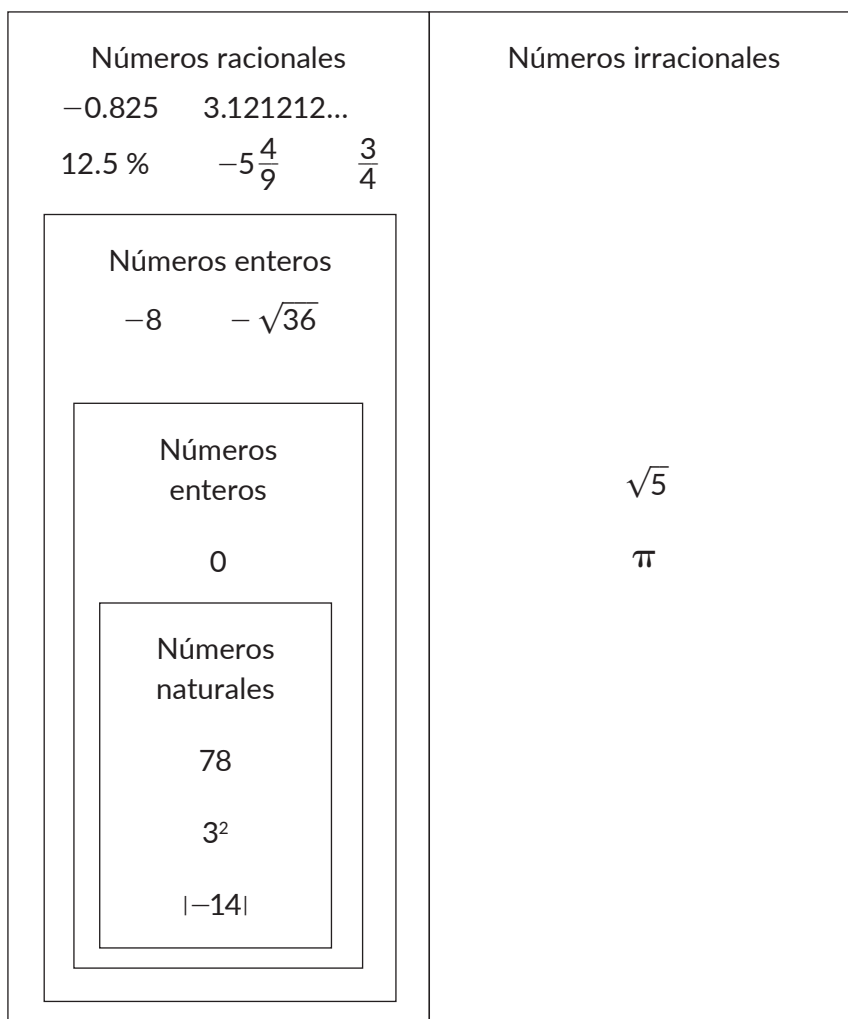
Puedes comprobar tu estimación calculando los cuadrados de los valores entre 3 y 4.

$$\begin{aligned}(3.1)(3.1) &= 9.61 \\ (3.2)(3.2) &= 10.24 \\ (3.3)(3.3) &= 10.89\end{aligned}$$

Números reales

Los estudiantes combinan el conjunto de números racionales y el conjunto de números irracionales para producir el conjunto de **números reales**. Puedes utilizar el diagrama de Venn para representar cómo se relacionan los conjuntos dentro del conjunto de números reales.

Números reales



En la **Lección 4: Notación científica**, se presenta a los estudiantes la notación científica.

Notación científica

La **notación científica** es una notación que se utiliza para expresar un número muy grande o muy pequeño como el producto de dos números:

- Un número que es mayor que o igual a 1 y menor que 10 y
- una potencia de 10.

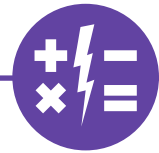
En términos generales, $a \times 10^n$ es un número escrito en notación científica, donde a es mayor que o igual a 1 y menor que 10 y n es cualquier entero. El número a se denomina **mantisa** y la n se denomina **característica**.

Por ejemplo, pueden escribir el número 16,000,000,000 en notación científica.

$$16,000,000,000 = 1.6 \times 10^{10}$$

También puedes escribir 0.00065 en notación científica.

$$0.00065 = 6.5 \times 10^{-4}$$



MITO

Estudiar todo para un examen de una sola vez es igual que practicar cada cierto tiempo para lograr una retención de largo plazo.

A todos nos ha tocado pasar por eso. Tienes un examen complicado mañana, pero has estado tan ocupado que no has tenido tiempo para estudiar. Así que, tuviste que aprenderlo todo en una noche. Es probable que hayas obtenido una buena nota en el examen. Sin embargo, ¿te recordaste el material una semana, un mes o un año después?

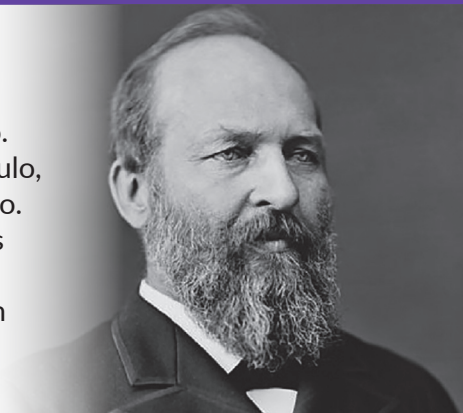
La respuesta honesta es “probablemente no”. Eso se debe a que la memoria a largo plazo está diseñada para retener información útil. ¿Cómo sabe tu cerebro si un recuerdo es “útil” o no? Una forma es la frecuencia con la que encuentras cierta información. Si ves algo solo una vez (como cuando devoras todo el material de estudio de un solo la noche anterior), entonces tu cerebro no considera que sea tan importante recordarlo. Sin embargo, si cada cierto tiempo te topas con la misma información, entonces probablemente es importante. Para mejorar la retención, motive a su estudiante a analizar periódicamente la misma información durante intervalos prolongados de tiempo.

#destructorde mitos matemáticos



TEMA 2 El teorema de Pitágoras

En este tema los estudiantes exploran el teorema de Pitágoras y su inverso. Aprenden que, si conocen dos longitudes laterales de un triángulo rectángulo, pueden determinar la tercera longitud lateral para formar un triángulo único. Los estudiantes practican aplicar el teorema para determinar las longitudes laterales desconocidas en triángulos rectángulos y aplican el inverso del teorema: si se dan tres longitudes laterales del triángulo, determina si es un triángulo rectángulo. Los estudiantes aplican el teorema de Pitágoras para problemas matemáticos y de la vida real.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes aprendieron sobre los ángulos rectos y los triángulos rectángulos en los grados anteriores. Ellos evaluaron expresiones numéricas con exponentes de números enteros en cursos anteriores y han seguido aplicando estas habilidades en cursos posteriores.

¿Hacia dónde vamos?

En Geometría, los estudiantes utilizarán triángulos rectángulos y similitudes para definir razones de los lados, las razones trigonométricas. Estas nuevas razones, junto con el teorema de Pitágoras, serán utilizadas para resolver problemas de aplicación. Los estudiantes utilizarán el teorema de Pitágoras en el estudio de la geometría analítica cuando utilicen las coordenadas para comprobar teoremas geométricos de manera algebraica, incluyendo derivar la fórmula de la distancia.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. Su estudiante está aprendiendo sobre el teorema de Pitágoras.

Preguntas para realizar

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Puedes dibujar y etiquetar un diagrama para representar el problema?
- ¿Parece razonable tu respuesta para este problema de matemáticas?

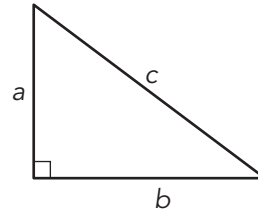
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- hipotenusa
- catetos
- Teorema de Pitágoras
- demostración
- diagonal de un cuadrado
- inverso
- inverso del Teorema de Pitágoras
- triple pitagórico
- diagonal

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

En el triángulo rectángulo que se muestra, las longitudes de los lados son a , b y c . El lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**. Los otros dos lados se llaman **catetos** del triángulo rectángulo. En la figura, los lados con las longitudes a y b son los catetos y el lado con la longitud c es la hipotenusa.



En la **Lección 1: El teorema de Pitágoras**, los estudiantes conjeturan sobre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo. Luego, utilizarán el teorema de Pitágoras para resolver la longitud de los lados desconocidos de los triángulos rectángulos establecidos en una variedad de contextos.

Teorema de Pitágoras

La relación especial que existe entre los cuadrados de los catetos de los lados de un triángulo rectángulo se conoce como el **teorema de Pitágoras**. El teorema de Pitágoras establece que la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa: $a^2 + b^2 = c^2$.

Se puede utilizar el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes laterales desconocidas en un triángulo rectángulo si se conocen dos de las otras longitudes laterales. Por ejemplo, supón que quieres determinar la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo con catetos de longitudes 2 y 4 unidades.

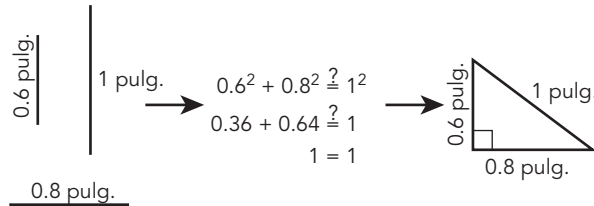
$$\begin{aligned}c^2 &= 2^2 + 4^2 \\c^2 &= 4 + 16 = 20 \\c &= \sqrt{20} \approx 4.5\end{aligned}$$

La longitud de la hipotenusa es de aproximadamente 4.5 unidades.

En la **Lección 2: El inverso del teorema de Pitágoras**, los estudiantes continúan explorando las relaciones de triángulos rectángulos.

inverso del teorema de Pitágoras

El **inverso del teorema de Pitágoras** indica que si la suma de los cuadrados de los dos lados más cortos de un triángulo es igual al cuadrado del lado más largo, entonces el triángulo es un triángulo rectángulo.



Triplet pitagóricos

Cualquier conjunto de tres enteros positivos a , b y c que cumplan la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$ es un triple pitagórico.

3, 4 y 5 son un triple pitagórico: $3^2 + 4^2 = 5^2$.

En la **Lección 3: Distancias en un sistema de coordenadas**, los estudiantes aplican el teorema de Pitágoras para determinar la distancia entre dos puntos dados en el plano de coordenadas.

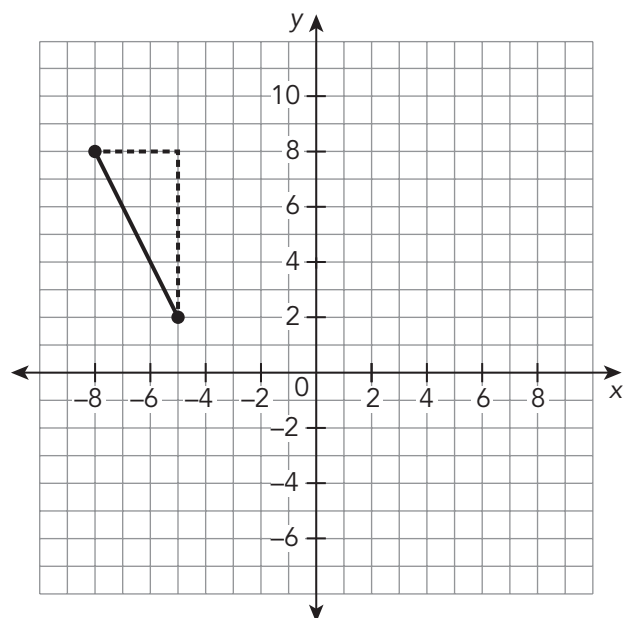
Distancia entre los puntos

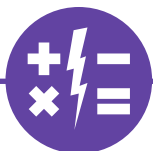
Puedes calcular la distancia entre dos puntos en el plano de coordenadas dibujando un triángulo rectángulo. Cuando piensas en este segmento de recta como la hipotenusa del triángulo rectángulo, puedes usar el teorema de Pitágoras.

Por ejemplo, puedes calcular la distancia entre los puntos $(-5, 2)$ y $(-8, 8)$ si determinas primero la longitud de cada cateto. Un cateto mide 3 unidades y el otro cateto mide 6 unidades.

$$\begin{aligned} 3^2 + 6^2 &= c^2 \\ 9 + 36 &= c^2 \\ 45 &= c^2 \\ c &= \sqrt{45} \\ c &\approx 6.7 \end{aligned}$$

La distancia entre los puntos es de aproximadamente 6.7 unidades. La distancia entre dos puntos en un plano de coordenadas es siempre un número positivo.





MITO

No soy inteligente.

La palabra “inteligente” es engañosa porque tiene diferentes significados para diferentes personas. Por ejemplo, ¿dirías que un bebé es “inteligente”? Por un lado, un bebé es incapaz y no sabe nada, pero, por el otro lado, un bebé es excepcionalmente inteligente porque está constantemente aprendiendo cosas nuevas todos los días.

Este ejemplo sirve para demostrar que “inteligente” puede tener dos significados. Puede significar “el conocimiento que tienes” o “la capacidad para aprender de la experiencia”. Cuando alguien dice que “no es inteligente”, ¿está diciendo que no tiene muchos conocimientos o está diciendo que le falta la capacidad para aprender? Si se trata de la primera definición, entonces ninguno de nosotros es inteligente sino hasta que adquirimos esa información. Si es la segunda definición, sabemos que no es para nada cierta porque todas las personas tienen capacidad de crecer como resultado de las nuevas experiencias.

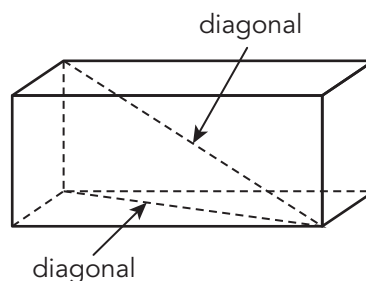
Entonces, si el estudiante no cree que él o ella sea inteligente, anímelo a que sea paciente. Tienen la capacidad de aprender nuevos datos y destrezas. Probablemente no sea fácil y requiera un poco de tiempo y esfuerzo, pero el cerebro está automáticamente programado para aprender. El término “inteligente” no debería referirse solo a cuánto conocimiento posees actualmente.

En la **Lección 4: Longitudes laterales en dos y tres dimensiones**, los estudiantes aplican el teorema de Pitágoras para determinar las longitudes de las diagonales de varias figuras tridimensionales.

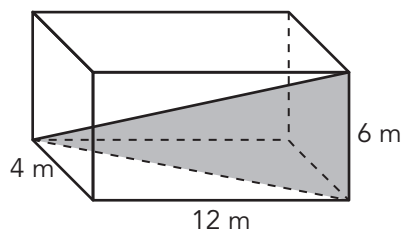
Diagonales

Puedes usar el teorema de Pitágoras para determinar la longitud de una **diagonal** en una figura bidimensional o tridimensional.

En una figura tridimensional, una diagonal es un segmento de recta que conecta dos vértices no adyacentes cualesquiera. Puedes utilizar el ancho y la longitud de la base del prisma para determinar la medida de la diagonal de la base.



La diagonal en la base del prisma es también uno de los catetos de un triángulo con una diagonal interna como la hipotenusa. La altura del prisma es la longitud del otro cateto.





TEMA 3 COMPRENSIÓN DE FINANZAS PERSONALES: TU FUTURO FINANCIERO

Al comienzo de este tema, los estudiantes calculan y comparan las ganancias de interés simple y compuesto para entender cómo el dinero invertido aumentará con el tiempo. Ellos aprenden a tomar decisiones financieras responsables basándose en el análisis de las condiciones de los préstamos e inversiones, que incluyen la cantidad prestada o invertida, la tasa de interés y la duración. La tecnología, como calculadoras en línea, se utilizan para determinar la cantidad de tiempo que se necesita para pagar una tarjeta de crédito, el monto de los intereses y el pago total de la deuda cuando se da el capital, la tasa de interés y el pago mensual. También utilizan esta herramienta para determinar el monto de los pagos mensuales del préstamo estudiantil, el costo total del préstamo y el salario necesario para pagarlo. Ellos aprenden que hay varias opciones disponibles para ayudar a financiar su matrícula postsecundaria.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes tuvieron que distinguir entre tarjetas de débito y tarjetas de crédito y aprendieron por qué es importante tener un buen historial crediticio. Conocieron el interés simple y el compuesto, que siguen estudiando en este tema.

¿Hacia dónde vamos?

La lección final de este tema resume la importancia de la educación financiera para el futuro de los estudiantes. En esta lección, se transmite un mensaje con tres elementos: (1) todos los estudiantes pueden beneficiarse de alguna forma de la educación postsecundaria; (2) los costos de las matrículas postsecundarias varían mucho y hay una opción que tiene sentido y es asequible para cada estudiante y (3) todos los estudiantes pueden encontrar una forma de gestionar el costo de la educación postsecundaria.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

El estudiante está aprendiendo sobre finanzas, entre ellas opciones para una carrera universitaria de 4 años, una carrera en instituto profesional de 2 años, una escuela técnica u obtener licencias o certificaciones. Aunque esto pueda parecer lejano, nunca es demasiado pronto para empezar a prepararse para el futuro. Hable con su estudiante sobre la importancia de trabajar duro en la escuela y tomar decisiones financieras sensatas.

Preguntas para realizar

- ¿En qué se parece este problema a algo que hayas hecho en clase?
- ¿Puedes mostrarme la estrategia que utilizaste para resolver este problema? ¿Conoces otra forma de resolverlo?
- ¿Tiene sentido tu respuesta? ¿Cómo lo sabes?
- ¿Hay algo que no entiendas? ¿Cómo puedes usar la lección de hoy como ayuda?

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- términos de una inversión
- interés simple
- interés compuesto
- aplazamiento
- calculadora en línea
- anticipo en efectivo

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Las **condiciones de una inversión** incluyen el tipo de préstamo, el monto de dinero invertido y la duración de la inversión.

Un **aplazamiento** es un periodo de tiempo, normalmente de hasta dos años, en el que las personas retrasan el pago del capital y el interés del préstamo.

En la **Lección 1: Interés simple y compuesto**, los estudiantes desarrollan una comprensión conceptual de las funciones de crecimiento. Comparan el crecimiento lineal y exponencial a través de un escenario salarial y luego comparan el interés simple y el interés compuesto.

Interés simple y compuesto

Las cuentas de interés simple **pagan la misma cantidad en cada periodo, mientras que las cuentas de** interés compuesto calculan los intereses ganados en función del saldo después de cada año. Esto significa que las cuentas de interés simple crecen de forma constante a lo largo del tiempo porque aumentan a una tasa constante. Las cuentas de interés compuesto crecen más rápido porque un porcentaje del capital y de los intereses se le agrega al saldo cada año.

Fórmulas de interés

La fórmula para calcular el interés simple es $I = Prt$, donde I es interés, P es capital (monto invertido), r es la tasa de interés y t es el tiempo (en años). La fórmula para el interés compuesto es $A = P(1 + r)^t$, donde A representa el saldo final, P representa el monto de capital original invertido, r representa la tasa de interés anual y t representa el tiempo en años.

Por ejemplo, la familia de Lucas abrió dos cuentas de ahorros para que empiece a ahorrar para la universidad. Él deposita \$200 en cada cuenta. Ambas cuentas tienen una tasa de interés de 2.5 %. Sin embargo, una es una cuenta de interés simple y la otra es una cuenta de interés compuesto. Harold mantiene el dinero en las cuentas por 18 años.

Cuenta de interés simple

$$I = Prt$$

$$I = (200)(0.025)(18)$$

$$I = 90$$

$$200 + 90 = 290$$

Cuenta de interés compuesto

$$A = P(1 + r)^t$$

$$A = 200(1 + 0.025)^{18}$$

$$A = 311.93$$

$$311.93 - 290.00 = 21.93$$

Después de 18 años, la cuenta de interés compuesto gana \$21.93 más que la cuenta de interés simple.

En la **Lección 2: Condiciones de un préstamo**, los estudiantes aprenden cómo tomar decisiones financieramente responsables según las condiciones de los préstamos.

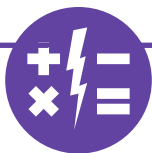
Préstamos

Los estudiantes repasan las condiciones de los préstamos, que incluyen el monto, la tasa de interés, el plazo y los pagos mensuales del préstamo. El historial crediticio de una persona puede afectar el préstamo que puede recibir. Una buena puntuación crediticia te puede ayudar a obtener la mejor tasa de interés posible que haya disponible, pero las tasas de interés también pueden variar según el prestamista y la duración del préstamo. Cuando una persona solicita un préstamo, debería tratar de conseguir las mejores condiciones que pueda. Buscar las mejores condiciones de préstamo podría ahorrarte miles de dólares.

En la **Lección 3: Calculadoras en línea**, los estudiantes exploran varias opciones de tarjetas de crédito y las implicaciones de cada una.

Tarjetas de crédito

Los estudiantes pueden aprender que las matemáticas que hay detrás de la deuda de las tarjetas de crédito son más complicadas que simplemente determinar el interés compuesto. Si el préstamo no se paga por completo a fin de mes, muchos factores influyen para determinar los detalles de las diferentes opciones de pago. Por esta razón, la tecnología, como las calculadoras en línea, pueden ser herramientas valiosas para comparar las opciones de pago con tarjeta de crédito.



MITO

Una vez que entiendo algo, significa que ya lo aprendí.

El aprendizaje es complicado por tres razones. Primero, aun cuando aprendamos algo, no siempre reconocemos cuándo ese conocimiento resulta útil. Por ejemplo, sabes que hay cuatro monedas de 25 centavos en un dólar. Pero, si alguien te pregunta: “¿Cuánto es 75 multiplicado por 2?”, es probable que no puedas reconocer inmediatamente que es lo mismo que tener seis monedas de 25 centavos.

Segundo, cuando aprendes algo nuevo, no significa que la forma antigua de pensar va a desaparecer. Por ejemplo, algunos niños piensan que el norte queda justo al frente. Pero ¿alguna vez has seguido direcciones en tu teléfono e hiciste un giro equivocado, solo para darte cuenta de tu error y pensar “¡Sabía que no era así!”?

La razón final de que el aprendizaje es complicado es que es equilibrado por un proceso mental diferente: el olvido. Aun cuando aprendes algo (por ejemplo, tu número de teléfono), cuando lo dejas de utilizar (por ejemplo, cuando te mudas), se vuelve sumamente difícil de recordar.

Siempre debería haber un asterisco junto a la palabra cuando decimos que hemos aprendido* algo.

#destruordemitosmatemáticos

En la **Lección 4: Financiación de tu educación**, los estudiantes exploran opciones para financiar la educación postsecundaria.

Pagar la universidad

Nunca es demasiado pronto para empezar a planificar para la universidad. Hay muchas cosas que se pueden hacer mientras se está en la escuela secundaria que podrían conducir al éxito luego de la escuela secundaria.

En Texas, el Programa Recomendado de Escuela Secundaria, uno de los cuatro programas de graduación aprobados a nivel estatal, ofrece cursos para que los estudiantes se preparen mejor para la educación postsecundaria. Los estudiantes pueden comenzar a obtener créditos universitarios incluso antes de graduarse de la escuela secundaria.

Para planificar el pago de la universidad, hay varias formas de conseguir ayuda.

- La solicitud gratuita de ayuda federal para estudiantes (FASFA) es una solicitud gratuita que permite a los estudiantes acceder a becas, préstamos y fondos de estudio y trabajo cada año.
- El Plan de ahorro para la universidad de Texas también denominado el *Plan de ahorro Texas 529* ofrece un crecimiento libre de impuestos, así como extracciones libres de impuestos, para cosas como libros, transporte, alojamiento y comida, y otros gastos diversos relacionados con la educación.
- The Texas Tuition Promise Fund® es un fondo que te permite congelar las tarifas actuales de la matrícula de pregrado mediante la compra de “unidades” que se gastan en las universidades públicas de Texas, excluyendo las instituciones médicas y dentales.
- Las IRA educativas o cuentas de ahorro educativas son un tipo de inversión que les permite a los residentes de Texas extraer dinero de sus cuentas de jubilación, sin recargo, para pagar la universidad. Las familias pueden depositar hasta \$2000 por hijo en este tipo de cuenta.



TEMA 4 VOLUMEN DE FIGURAS CURVAS

En este tema, los estudiantes resuelven problemas matemáticos y de la vida real que involucran el área de la superficie lateral y total de prismas y cilindros, como así también el volumen de cilindros, conos y esferas. Ellos exploran los cilindros y los comparan con los prismas rectos para determinar que la fórmula para el volumen de los prismas rectos también se puede aplicar a los cilindros. Utilizan su conocimiento previo sobre el área de la superficie lateral y total de los prismas rectangulares para determinar el área de la superficie lateral y total de los cilindros. Luego, los estudiantes determinan la fórmula para el volumen de un cono conectándolo con un cilindro que tiene una base y una altura congruentes. Ellos aprenden y aplican la fórmula para el volumen de una esfera y luego resuelven problemas con figuras compuestas.



¿Dónde hemos estado?

A lo largo de la escuela primaria, los estudiantes aprendieron sobre las figuras tridimensionales. En 6.º a 8.º grado han aprendido a calcular el área de la superficie lateral, el área de la superficie total y el volumen de pirámides y prismas. Los estudiantes también han aprendido a calcular el área y la circunferencia de círculos.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema abre la puerta a que los estudiantes se involucren en el diseño geométrico y representen situaciones del mundo real. A medida que los estudiantes estudian funciones polinómicas en el Álgebra II, los volúmenes de figuras tridimensionales son útiles para desarrollar el conocimiento de las características gráficas de las funciones cúbicas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Usted puede ayudar al estudiante a aprender haciéndole preguntas sobre el trabajo que hace en la clase o en la casa. El estudiante está aprendiendo sobre el área de la superficie lateral, el área de la superficie total y el volumen de las figuras tridimensionales.

Preguntas para realizar

- ¿Qué sabes sobre este sólido geométrico?
- ¿Qué intentas calcular?
- ¿Qué relación hay entre este sólido geométrico y otras figuras geométricas que has aprendido?
- ¿Parece razonable tu solución en esta situación?

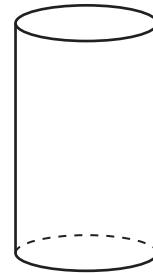
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- cilindro
- cilindro recto
- radio de un cilindro
- altura de un cilindro
- cono
- altura de un cono
- esfera
- centro de una esfera
- radio de una esfera
- diámetro de una esfera
- círculo máximo

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

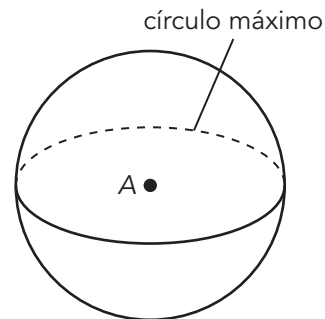
¿En dónde estamos?

Un **cilindro recto** es un cilindro en el cual las bases están alineadas directamente una encima de la otra.



Un **círculo máximo** es la circunferencia de la esfera en la parte más ancha de la esfera.

El punto A es el centro de la esfera. También es el centro del círculo máximo.

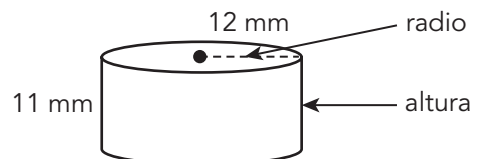


En la **Lección 1: Volumen y área de superficie lateral y total de un cilindro**, los estudiantes desarrollan y aplican las fórmulas para el volumen, el área de superficie lateral y el área de superficie total de un cilindro.

Cilindros

Un cilindro es un objeto tridimensional con dos bases circulares congruentes y paralelas. Un cilindro recto es un cilindro en el que las bases son círculos y están alineados directamente uno encima del otro.

El radio de un cilindro es la distancia desde el centro de la base hasta cualquier punto en el borde de la base. La longitud del radio de un cilindro es la misma en ambas bases.



La altura de un cilindro es la longitud de un segmento de recta dibujado desde una base hasta la otra y perpendicular a ambas bases.

El volumen de un cilindro se puede calcular al multiplicar el área de la base circular por la altura del cilindro. La fórmula para el área de un círculo es $A = \pi r^2$, por lo que la fórmula para el volumen de un cilindro es $V = Bh$ o $V = \pi r^2 h$.

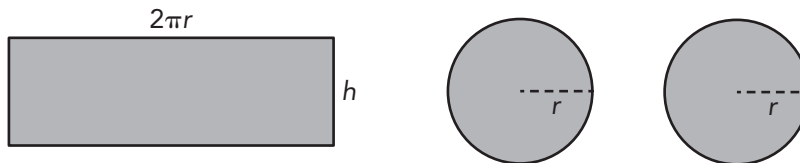
Área de la superficie de un cilindro

El área de la superficie total es la suma de las áreas que conforman la superficie de una figura tridimensional. La etiqueta de una lata cubre la superficie de la lata que no incluye las dos bases que son círculos. Esta se llama *área de la superficie lateral*.

Si cortas la etiqueta de una lata, puedes ver que la etiqueta es un rectángulo.



El ancho del rectángulo es la altura de la lata. Como la etiqueta está envuelta alrededor de la lata, la longitud del rectángulo es la circunferencia de la lata. El área de la superficie total de la lata es el área del rectángulo más el área de las dos bases circulares.



El radio de una base circular es de 2 pulgadas. La altura de la lata de sopa es de 5 pulgadas.

Área superficie lateral: $S = 2\pi rh = 2\pi(2)(5) \approx 62.8$ pulgadas cuadradas.

Área de la superficie total: $S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi(2)(5) + 2\pi(2)^2 \approx 87.92$ pulgadas cuadradas.

En la **Lección 2: Volumen de un cono**, los estudiantes aprenden a calcular el volumen de un cono y a resolver problemas que involucran conos.

Conos

Un **cono** es un objeto tridimensional que tiene una base circular u ovalada y un vértice. La altura de un cono es la longitud de un segmento de recta dibujado desde el vértice hasta la base del cono. En un cono recto, este segmento de recta es perpendicular a la base.

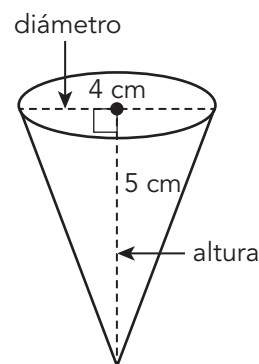
El volumen de un cono es un tercio del volumen de un cilindro con la misma base y altura que el cono. Por lo tanto, la fórmula para el volumen de un cono es

$$V = \frac{1}{3}Bh \text{ o } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$

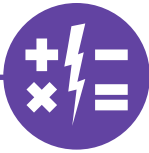
$$V = \frac{1}{3}Bh$$

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{4}{2}\right)^2(5)$$

$$\approx 20.94 \text{ centímetros cúbicos}$$



El volumen del cono es de aproximadamente 20.94 centímetros cúbicos.



MITO

Algunos estudiantes aprenden con su “hemisferio cerebral derecho” y otros con su “hemisferio cerebral izquierdo”.

Como probablemente lo sepa, el cerebro está dividido en dos hemisferios: el izquierdo y el derecho. Algunos establecen categorías para las personas según su modo preferido o dominante de razonamiento. A quienes piensan con su “hemisferio cerebral derecho” se les considera más intuitivos, creativos e imaginativos. Los que piensan con su “hemisferio cerebral izquierdo” son más lógicos, verbales y matemáticos.

El cerebro también se puede descomponer en lóbulos. El *lóbulo occipital* se puede encontrar en la parte posterior del cerebro y es responsable de procesar la información visual. Los *lóbulos temporales*, los cuales se encuentran arriba de los oídos, procesan el lenguaje y la información sensorial. El *lóbulo parietal*, que es una banda que atraviesa la parte superior de la cabeza, controla el movimiento. Finalmente, el *lóbulo frontal* es donde ocurre la planificación y el aprendizaje. Otra forma de pensar sobre el cerebro es un enfoque de atrás hacia adelante, en donde la información pasa de ser altamente concreta a ser abstracta.

¿Por qué no afirmamos que algunas personas piensan con “la parte posterior del cerebro” y son muy concretas, mientras que otras piensan con “la parte delantera del cerebro” y son más abstractas? La razón es que el cerebro es un órgano altamente interconectado. Cada lóbulo transfiere la información que debe ser procesada por otros lóbulos y están en constante comunicación. ¡Todos utilizamos nuestro *cerebro entero* para pensar!

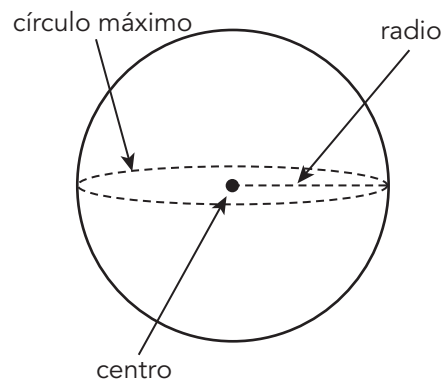
#destruordemitosmatemáticos

En la **Lección 3: Volumen de una esfera**, los estudiantes aprenden a calcular el volumen de una esfera y a resolver problemas que involucran esferas.

Esferas

Una esfera es el conjunto de todos los puntos en tres dimensiones que corresponden a la misma distancia desde determinado punto llamado el *centro de una esfera*. Al igual que un círculo, una esfera tiene radios y diámetros. La longitud de un diámetro es dos veces la longitud de un radio.

El volumen de una esfera se obtiene con la fórmula $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, donde r representa la longitud del radio de la esfera.



Por ejemplo, calcula el volumen de una esfera con una longitud de radio de 4.5 pulgadas.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi(4.5)^3$$

$$V \approx 381.7 \text{ pulgadas cúbicas}$$

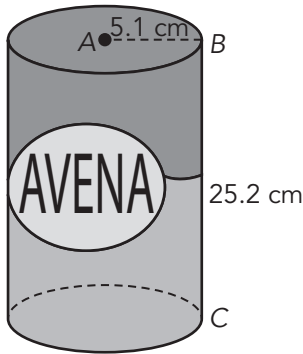
El volumen de una esfera con una longitud de radio de 4.5 pulgadas es de aproximadamente 381.7 pulgadas cúbicas.

En la **Lección 4: Problemas de volumen y área de superficie con prismas, cilindros, conos y esferas**, los estudiantes repasan todas las fórmulas que han aprendido hasta este punto y las utilizan para resolver problemas matemáticos y de la vida real.

Problemas de la vida real

Puedes utilizar fórmulas para el área de la superficie lateral y total de prismas y cilindros o para el volumen de conos, cilindros y esferas para resolver problemas del mundo real.

Por ejemplo, puedes comparar el área de la superficie total de un cilindro y un prisma rectangular.

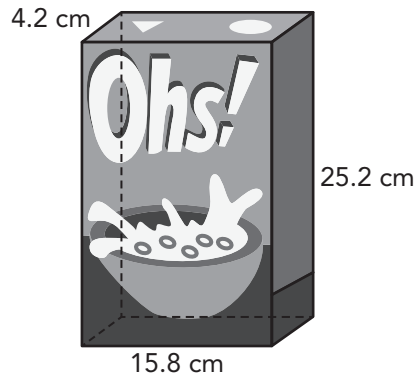


Área de la superficie total
del cilindro

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$S = 2\pi(5.1)(25.2) + 2\pi(5.1)^2$$

$$S \approx 970.45 \text{ cm}^2$$



Área de la superficie total del
prisma rectangular

$$S = Ph + 2B$$

$$S = (2(15.8)(25.2) + 2(4.2))(25.2) + 2(15.8)(4.2)$$

$$S \approx 1140.72 \text{ cm}^2$$

El área de la superficie total del prisma rectangular es mayor que el área de la superficie total del cilindro.

ISBN: 978-1-970197-75-4

© 2024 Agencia de Educación de Texas. Partes de este trabajo están adaptadas,
con permiso, de los originales creados y protegidos por derechos de autor
© 2021 de Carnegie Learning, Inc.

Este trabajo está bajo una Licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial- 4.0 Internacional.

Usted es libre de:

Compartir: copiar, distribuir y transmitir el material

Adaptar: adaptar el material

En las siguientes condiciones:

Atribución: Deberá atribuir las adaptaciones del material de la siguiente manera:

El material está basado en trabajos originales de la Agencia de Educación de Texas y Carnegie Learning, Inc. Este trabajo está disponible bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial- 4.0 Internacional. Esto no implica de ninguna manera el respaldo por parte de los autores de este trabajo.

No comercial: No puede utilizar este trabajo con fines comerciales.

Entendiendo que:

Para cualquier reutilización o distribución, debe dejar claro a los demás los términos de la licencia de este trabajo. La mejor manera de hacerlo es mediante el enlace a la página web:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Las marcas comerciales y los nombres comerciales se muestran en este libro estrictamente con fines ilustrativos y educativos y son propiedad de sus respectivos dueños. No se debe considerar que las referencias aquí contenidas afecten la validez de dichas marcas comerciales y nombres comerciales.

Impreso en EE. UU.

Imágenes

www.pixabay.com