ESPAÑOL

Aprendizaje Bluebonnet™
Matemáticas de secundaria
EDICIÓN 1

Álgebra II

Guía para la familia

Aprendizaje Bluebonnet™

Matemáticas de secundaria

EDICIÓN 1

Álgebra II

Guía para la familia

Acknowledgment

Thank you to all the Texas educators and stakeholders who supported the review process and provided feedback. These materials are the result of the work of numerous individuals, and we are deeply grateful for their contributions.

Notice: These learning resources have been built for Texas students, aligned to the Texas Essential Knowledge and Skills, and are made available pursuant to Chapter 31, Subchapter B-1 of the Texas Education Code

If you have further product questions or to report an error, please email **openeducationresources@tea.texas.gov.**

Reconocimiento:

Agradecemos a todos los educadores y partes interesadas de Texas que apoyaron el proceso de revisión y brindaron comentarios. Estos materiales son el resultado del trabajo de numerosas personas y estamos profundamente agradecidos por sus contribuciones.

Aviso: Estos recursos de aprendizaje han sido creados para estudiantes de Texas, alineados con los conocimientos y destrezas esenciales de Texas y están disponibles de conformidad con el Capítulo 31, Subcapítulo B-1 del Código de Educación de Texas.

Si tiene más preguntas sobre el producto o desea informar un error, envíe un correo electrónico a **openeducationresources@tea.texas.gov.**

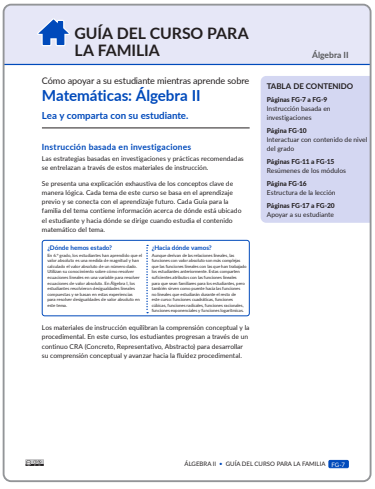
CARTA PARA LA FAMILIA

Estimada familia:

Sabemos que aprender fuera del salón de clases es fundamental para el éxito del estudiante en la escuela. Esta carta sirve como introducción a los recursos diseñados para ayudarlos a hablar con el estudiante sobre lo que está aprendiendo. Los recursos disponibles incluyen:

- Guía del curso para la familia
- Guías del tema para la familia
- Resúmenes del tema
- Glosario de matemáticas

Guía del curso para la familia


GUÍA DEL CURSO PARA LA FAMILIA

Álgebra II

Cómo apoyar a su estudiante mientras aprende sobre
Matemáticas: Álgebra II
Lea y comparta con su estudiante.

Instrucción basada en investigaciones

Las estrategias basadas en investigaciones y prácticas recomendadas se entrelazan a través de estos materiales de instrucción.

Se presenta una explicación exhaustiva de los conceptos clave de manera lógica. Cada tema de este curso se basa en el aprendizaje previo y se conecta con el aprendizaje futuro. Cada Guía para la familia del tema contiene información acerca de dónde está ubicado el estudiante y hacia dónde se dirige cuando estudia el contenido matemático del tema.

¿Dónde hemos estado?

En 6.º grado, los estudiantes han aprendido que el valor absoluto de un número es su distancia de 0 y calcularon el valor absoluto de un número dado. Utilizan su conocimiento sobre cómo resolver ecuaciones lineales en una variable para resolver ecuaciones de valor absoluto. En Álgebra I, los estudiantes resolvieron ecuaciones lineales en una variable y en forma no estándar/factorizada para resolver desigualdades de valor absoluto en este tema.

¿Hacia dónde vamos?

Aunque dentro de las relaciones lineales, las funciones lineales son las que son fundamentales, son las funciones lineales con las que han trabajado los estudiantes anteriormente. Estas comparten suficientes atributos con las funciones lineales para que sean familiares para los estudiantes, pero lo suficientemente diferentes como para que, como no lineales, que estudiarán durante el resto de este curso: funciones cuadráticas, funciones cúbicas, funciones radicales, funciones racionales, funciones exponenciales y funciones logarítmicas.

Los materiales de instrucción equilibran la comprensión conceptual y la procedimental. En este curso, los estudiantes progresan a través de un continuo CRA (Concreto, Representativo, Abstracto) para desarrollar su comprensión conceptual y avanzar hacia la fluidez procedimental.

TABLA DE CONTENIDO

Páginas FG-7 a FG-9
Instrucción basada en investigaciones
Página FG-10
Interactuar con contenido de nivel del grado
Páginas FG-11 a FG-15
Resúmenes de los módulos
Página FG-16
Estructura de la lección
Páginas FG-17 a FG-20
Apoyar a su estudiante

ÁLGEBRA II • GUÍA DEL CURSO PARA LA FAMILIA FG-7

La investigación y la experiencia en el salón de clase guiaron el desarrollo del curso, con la base de un entendimiento científico de cómo aprenden las personas y en un conocimiento realista de cómo aplicar esa ciencia a los materiales de instrucción para las matemáticas. Los elementos de diseño didácticos que se presentan en la Guía para la familia del curso incorporan estrategias basadas en la investigación para desarrollar solucionadores de problemas creativos y con comprensión conceptual.

La Guía para la familia del curso proporciona un contenido general de la estructura del curso. El curso consiste de un componente Aprender juntos y un componente Aprender individualmente. El maestro facilita una experiencia de aprendizaje colaborativo durante los días de Aprender juntos y utiliza información para abordar destrezas específicas en los días de Aprender individualmente.

Después, la Guía para la familia del curso incluye el Contenido general de cada módulo en el curso, que incluye un resumen detallado de lo que el estudiante estudiará en cada tema dentro del módulo. Debajo del resumen de los temas hay datos e información que conectan los conceptos con la realidad. Lean y comenten la información debajo del resumen del tema con su estudiante y regrese a estas páginas a medida que su estudiante avanza de un tema al otro dentro de cada módulo.

La Guía para la familia del curso también resalta la estructura de la lección. Cada lección está estructurada de la misma manera e incluye cuatro partes: Objetivos y pregunta esencial, Inicio, Actividades y Demuestra lo que sabes.

CC BY NC

Guía del tema para la familia

Cada curso se organiza en módulos. Cada módulo está conformado de temas con las Guías para la familia del tema correspondientes. Estas guías tienen las mismas estructuras. Esta consistencia le permitirá a usted y su estudiante comprender cómo hacer referencia al contenido de cada tema.

La Guía del tema para la familia comienza con un contenido general del contenido del tema. Esta introducción incluye una breve explicación de lo que aprenderá su estudiante en este tema, el contenido previo que empleará para ayudar a comprender este tema y una conexión con un aprendizaje futuro.

La siguiente sección de la Guía del tema para la familia es la sección Temas de discusión. La sección Temas de discusión proporciona destrezas que pueden comentar con su estudiante y una pregunta de muestra basada en la matemática del tema que puede comentar con él o ella.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones de valor absoluto tienen muchas aplicaciones en el mundo real, como la planificación financiera, la medición de la magnitud de los terremotos y la medición de la variabilidad de la frecuencia cardíaca.

EJEMPLO DE PREGUNTA

¿Cuáles son los valores de n y p para que $-n|2p - 6| > 0$?

Para que el producto sea mayor que 0, los factores deben ser ambos mayores que 0 o ambos menores que 0.

Dado que uno de los factores es un valor absoluto, los factores no pueden ser menores que 0, así que ambos son mayores que 0.

Esto significa que n debe ser menor que 0 y p no puede ser igual a 3.

La solución es todos los valores tales que $n < 0$ y $p \neq 3$.

A continuación, la Guía del tema para la familia enumera todos los términos clave del tema y detalla algunas de las estrategias matemáticas que los estudiantes aprenderán en este tema. Por último, cada Guía del tema para la familia contiene una sección Matemáticas en el mundo real. Comprender cómo se aplica el contenido matemático en situaciones reales fomenta la participación de los estudiantes, conecta la teoría con la práctica y les permite reflexionar sobre las posibles conexiones con otros cursos y carreras de su interés.

Matemáticas en el mundo real

Las funciones de valor absoluto están relacionadas con muchas situaciones del mundo real de las ciencias de la salud. Por ejemplo, considera la posibilidad de medir cuánto se alejan la frecuencia cardíaca o la temperatura de una persona de los rangos normales. Tanto si está por encima como por debajo de ese rango, lo que importa es la magnitud de la diferencia, no la dirección. Eso es precisamente lo que nos muestra el valor absoluto: se centra en la distancia desde cero, ya sea positiva o negativa.

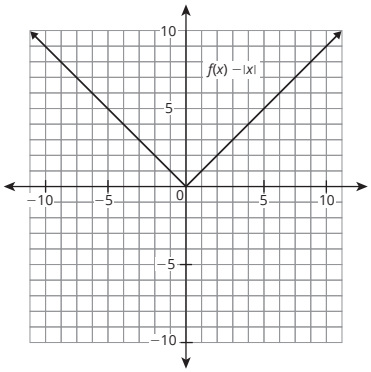
Otro ejemplo es la presión arterial. Los médicos hacen un seguimiento de cuánto suben o bajan las cifras de presión arterial de un paciente en comparación con un nivel saludable. El valor absoluto ayuda a mostrar lo significativo que es el cambio, ya sea un aumento o una disminución. Las ecuaciones de valor absoluto resuelven problemas reales de la atención sanitaria, como el seguimiento de los pacientes para ver los efectos de los tratamientos. ¡Es increíble pensar en cómo estas ecuaciones de valor absoluto pueden ayudar a salvar vidas!

Resumen del tema

Se proporciona un Resumen del tema para los estudiantes al final de cada tema. El Resumen del tema enumera todo el vocabulario clave del tema y proporciona un resumen de cada lección. Cada resumen de la lección define el vocabulario clave y repasa conceptos clave, estrategias y/o ejemplos prácticos. El Resumen del tema proporciona una oportunidad para ustedes y su estudiante de debatir los conceptos clave de cada lección, revisar los ejemplos y hacer los cálculos juntos.

LESSON 1 **Defining Absolute Value Functions**

The graph of the parent **absolute value function**, $f(x) = |x|$, is in a *V* shape. It is the combination of the graphs of $f(x) = x$ and $f(x) = -x$.



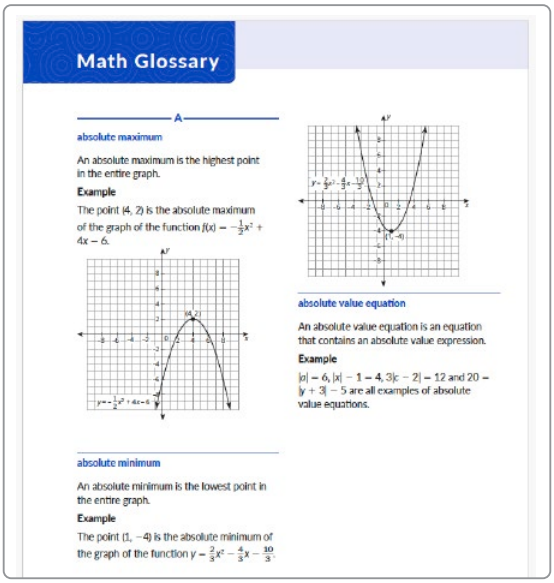
You can model many real-world situations with an absolute value function. For example, the equation $y = |x - 97.5|$ represents the average human internal body temperature. A deviation, *y*, of around 2.9°F from the average indicates a serious medical issue. Hypothermia can start at around 2.9°F less than the average, and a fever can start around 2.9°F more than the average.

Hay evidencia de que los estándares de procesos matemáticos de TEKS están presentes en el Resumen de los temas. Cada lección dentro del tema resalta uno o más de los estándares de procesos matemáticos de TEKS. Estos procesos ayudarán al estudiante a desarrollar destrezas de comunicación y colaboración efectivas que son esenciales para convertirse en un aprendiz exitoso. Comente con su estudiante las afirmaciones de "Yo puedo" asociadas con cada uno de los estándares de procesos matemáticos de TEKS para ayudarlo a desarrollar su aprendizaje y comprensión de las matemáticas. Las afirmaciones de "Yo puedo" para cada uno de los estándares de procesos matemáticos de TEKS se incluyen en la Guía del curso para la familia. Con su ayuda, su estudiante puede desarrollar los hábitos de un pensador matemático productivo.

CC BY NC

Glosario de matemáticas

El Glosario de matemáticas de cada curso es una herramienta que su estudiante puede emplear y consultar durante su aprendizaje. Junto con la definición de una palabra de vocabulario, el glosario proporciona ejemplos para profundizar su entendimiento.



Todos tenemos la misma meta para su estudiante: que pueda solucionar problemas con éxito y utilice las matemáticas de forma eficiente y efectiva en la vida diaria. Anímelo a emplear las matemáticas que ya conoce al ver nuevos conceptos y comunicar sus pensamientos mientras proporciona un oído crítico a los pensamientos de los demás.

Gracias por apoyar a su estudiante.

Cómo apoyar a su estudiante mientras aprende sobre

Matemáticas: Álgebra II

Lea y comparta con su estudiante.

TABLA DE CONTENIDO

Páginas FG-7 a FG-9
Instrucción basada en investigaciones

Página FG-10
Interactuar con contenido de nivel del grado

Páginas FG-11 a FG-15
Resúmenes de los módulos

Página FG-16
Estructura de la lección

Páginas FG-17 a FG-20
Apoyar a su estudiante

Instrucción basada en investigaciones

Las estrategias basadas en investigaciones y prácticas recomendadas se entrelazan a través de estos materiales de instrucción.

Se presenta una explicación exhaustiva de los conceptos clave de manera lógica. Cada tema de este curso se basa en el aprendizaje previo y se conecta con el aprendizaje futuro. Cada Guía para la familia del tema contiene información acerca de dónde está ubicado el estudiante y hacia dónde se dirige cuando estudia el contenido matemático del tema.

¿Dónde hemos estado?

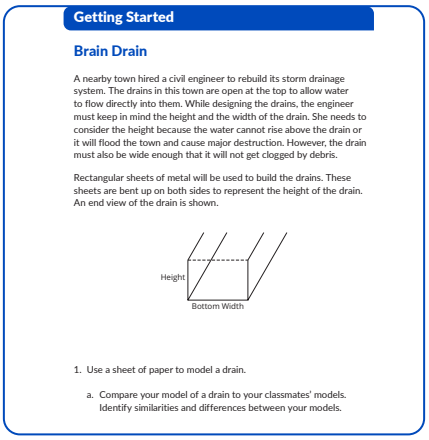
En 6.° grado, los estudiantes han aprendido que el valor absoluto es una medida de magnitud y han calculado el valor absoluto de un número dado. Utilizan su conocimiento sobre cómo resolver ecuaciones lineales en una variable para resolver ecuaciones de valor absoluto. En Álgebra I, los estudiantes resolvieron desigualdades lineales compuestas y se basan en estas experiencias para resolver desigualdades de valor absoluto en este tema.

¿Hacia dónde vamos?

Aunque derivan de las relaciones lineales, las funciones con valor absoluto son más complejas que las funciones lineales con las que han trabajado los estudiantes anteriormente. Estas comparten suficientes atributos con las funciones lineales para que sean familiares para los estudiantes, pero también sirven como puente hacia las funciones no lineales que estudiarán durante el resto de este curso: funciones cuadráticas, funciones cúbicas, funciones radicales, funciones racionales, funciones exponenciales y funciones logarítmicas.

Los materiales de instrucción equilibran la comprensión conceptual y la procedimental. En este curso, los estudiantes progresan a través de un continuo CRA (Concreto, Representativo, Abstracto) para desarrollar su comprensión conceptual y avanzar hacia la fluidez procedimental.

Concreto	Representativo	Abstracto
Los estudiantes exploran una situación del mundo real para desarrollar su comprensión intuitiva de las funciones cuadráticas. Los estudiantes usan una hoja de papel para modelar un desagüe.	Los estudiantes utilizan una tabla y una gráfica para representar las dimensiones y el área del desagüe.	Los estudiantes escriben y resuelven ecuaciones relacionadas con el problema matemático. Los estudiantes interpretan la ecuación en términos del problema matemático.



Getting Started

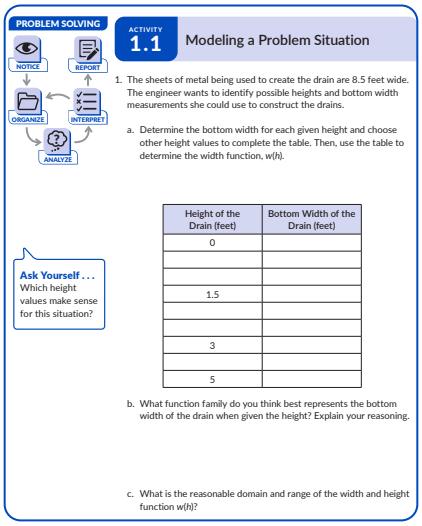
Brain Drain

A nearby town hired a civil engineer to rebuild its storm drainage system. The drains in this town are open at the top to allow water to flow directly into them. While designing the drains, the engineer must keep in mind the height and the width of the drain. She needs to consider the height because the water cannot rise above the drain or it will flood the town and cause major destruction. However, the drain must also be wide enough that it will not get clogged by debris.

Rectangular sheets of metal will be used to build the drains. These sheets are bent up on both sides to represent the height of the drain. An end view of the drain is shown.

1. Use a sheet of paper to model a drain.

   a. Compare your model of a drain to your classmates' models. Identify similarities and differences between your models.



PROBLEM SOLVING

ACTIVITY 1.1 Modeling a Problem Situation

NOTICE REPORT ORGANIZE INTERPRET ANALYZE

1. The sheets of metal being used to create the drain are 8.5 feet wide. The engineer wants to identify possible heights and bottom width measurements she could use to construct the drains.

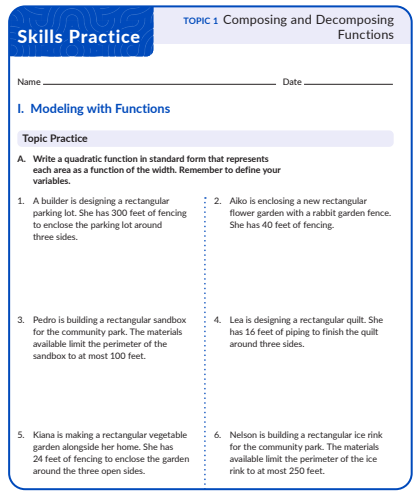
   a. Determine the bottom width for each given height and choose other height values to complete the table. Then, use the table to determine the width function, $w(h)$.

Ask Yourself . . . Which height values make sense for this situation?

Height of the Drain (feet)	Bottom Width of the Drain (feet)
0	
1.5	
3	
5	

   b. What function family do you think best represents the bottom width of the drain when given the height? Explain your reasoning.

   c. What is the reasonable domain and range of the width and height function $w(h)$?



Skills Practice TOPIC 1 Composing and Decomposing Functions

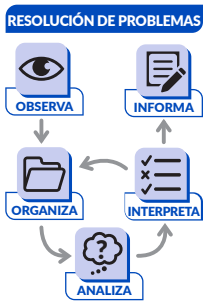
Name _____ Date _____

I. Modeling with Functions

Topic Practice

A. Write a quadratic function in standard form that represents each area as a function of the width. Remember to define your variables.

1. A builder is designing a rectangular parking lot. She has 300 feet of fencing to enclose the parking lot around three sides.
2. Aiko is enclosing a new rectangular flower garden with a rabbit garden fence. She has 40 feet of fencing.
3. Pedro is building a rectangular sandbox for the community park. The materials available limit the perimeter of the sandbox to at most 100 feet.
4. Lea is designing a rectangular quilt. She has 16 feet of piping to finish the quilt around three sides.
5. Kiana is making a rectangular vegetable garden alongside her home. She has 24 feet of fencing to enclose the garden around the three open sides.
6. Nelson is building a rectangular ice rink for the community park. The materials available limit the perimeter of the ice rink to at most 250 feet.



Se brinda apoyo a los estudiantes a medida que perseveran en la resolución de problemas. Estos materiales de instrucción cuentan con un modelo de resolución de problemas, que incluye preguntas que el estudiante puede hacer cuando participa productivamente en problemas matemáticos y del mundo real. Las indicaciones invitarán al estudiante a utilizar el modelo de resolución de problemas a lo largo del curso.

Estos materiales de instrucción incluyen características que sirven de apoyo para los estudiantes. Los ejemplos prácticos a lo largo del producto brindan instrucciones explícitas y ofrecen un modelo al que su estudiante puede referirse continuamente.

Cuando veas un Ejemplo práctico:

- Tómate el tiempo para leerlo completo.
- Cuestiona tu propia comprensión.
- Piensa en las conexiones entre los pasos.

WORKED EXAMPLE

Consider this absolute value equation.

$$|a| = 6$$

There are two points that are 6 units away from zero on the number line: one to the right of zero, and one to the left of zero.

$$+(a) = 6 \quad \text{or} \quad -(a) = 6$$
$$a = 6 \quad \text{or} \quad a = -6$$

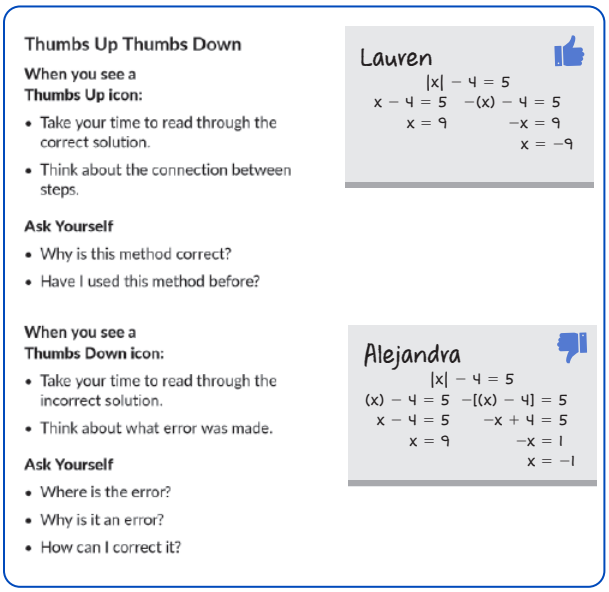
Now consider the case where $a = x - 1$.

$$|x - 1| = 6$$

If you know that $|a| = 6$ can be written as two separate equations, you can rewrite any absolute value equation.

$$+(a) = 6 \quad \text{or} \quad -(a) = 6$$
$$+(x - 1) = 6 \quad \text{or} \quad -(x - 1) = 6$$

Las preguntas "Pulgar hacia arriba", "Pulgar hacia abajo" y "Quién tiene la razón" abordan los conceptos erróneos de su estudiante y brindan oportunidades para el análisis del trabajo entre los compañeros.



Thumbs Up Thumbs Down

When you see a Thumbs Up icon:

- Take your time to read through the correct solution.
- Think about the connection between steps.

Ask Yourself

- Why is this method correct?
- Have I used this method before?

When you see a Thumbs Down icon:

- Take your time to read through the incorrect solution.
- Think about what error was made.

Ask Yourself

- Where is the error?
- Why is it an error?
- How can I correct it?

Lauren

$|x| - 4 = 5$

$x - 4 = 5 \quad -(x) - 4 = 5$

$x = 9 \quad -x = 9$

$x = -9$

Alejandra

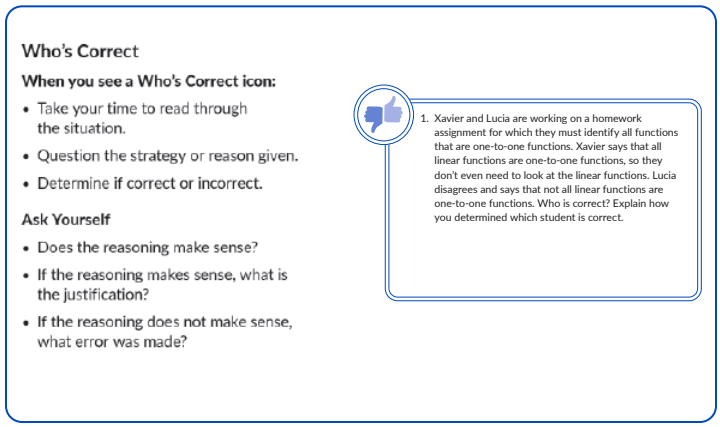
$|x| - 4 = 5$

$(x) - 4 = 5 \quad -[(x) - 4] = 5$

$x - 4 = 5 \quad -x + 4 = 5$

$x = 9 \quad -x = 1$

$x = -1$



Who's Correct

When you see a Who's Correct icon:

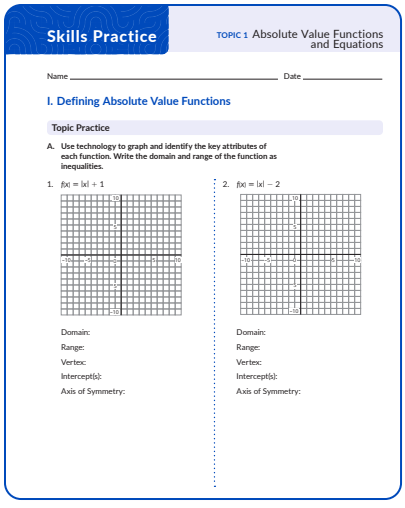
- Take your time to read through the situation.
- Question the strategy or reason given.
- Determine if correct or incorrect.

Ask Yourself

- Does the reasoning make sense?
- If the reasoning makes sense, what is the justification?
- If the reasoning does not make sense, what error was made?

1. Xavier and Lucia are working on a homework assignment for which they must identify all functions that are one-to-one functions. Xavier says that all linear functions are one-to-one functions, so they don't even need to look at the linear functions. Lucia disagrees and says that not all linear functions are one-to-one functions. Who is correct? Explain how you determined which student is correct.

La Práctica de destrezas enfocadas ayuda a su estudiante mientras trabaja para adquirir competencia en el material del curso. La Práctica espaciada proporciona una recuperación espaciada de conceptos clave para su estudiante. Las oportunidades de Extensión brindan problemas desafiantes para acelerar el aprendizaje de su estudiante.



Skills Practice

TOPIC 1 Absolute Value Functions and Equations

Name _____ Date _____

I. Defining Absolute Value Functions

Topic Practice

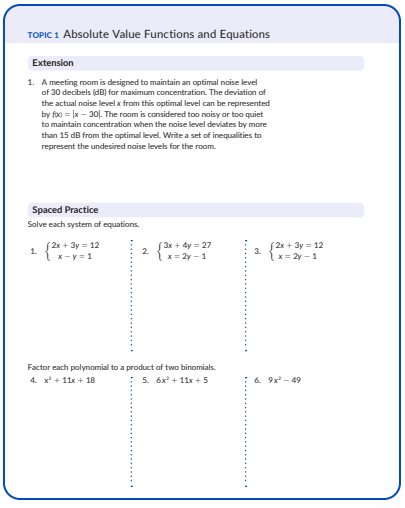
A. Use technology to graph and identify the key attributes of each function. Write the domain and range of the function as inequalities.

1. $f(x) = |x| + 1$

Domain:
Range:
Vertex:
Intercept(s):
Axis of Symmetry:

2. $f(x) = |x| - 2$

Domain:
Range:
Vertex:
Intercept(s):
Axis of Symmetry:



TOPIC 1 Absolute Value Functions and Equations

Extension

1. A meeting room is designed to maintain an optimal noise level of 30 decibels (dB) for maximum concentration. The deviation of the actual noise level x from this optimal level can be represented by $f(x) = |x - 30|$. The room is considered too noisy or too quiet to maintain concentration when the noise level deviates by more than 15 dB from the optimal level. Write a set of inequalities to represent the undesired noise levels for the room.

Spaced Practice

Solve each system of equations.

1. $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - y = 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 3x + 4y = 27 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$

Factor each polynomial to a product of two binomials.

4. $x^2 + 11x + 18$
5. $6x^2 + 11x + 5$
6. $9x^2 - 49$

TÉRMINOS CLAVE

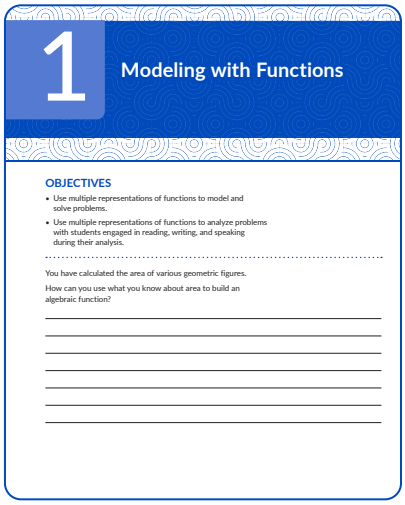
- función de valor absoluto [absolute value function]
- reflexión [reflection]
- línea de reflexión [line of reflection]
- argumento de una función [argument of a function]
- ecuación de valor absoluto [absolute value equation]
- desigualdad de valor absoluto [absolute value inequality]
- desigualdad compuesta equivalente [equivalent compound inequality]

Cada lección presenta uno o más ELPS (Estándares de dominio del idioma inglés) y proporciona al maestro estrategias de implementación que incorporan las mejores prácticas para apoyar la adquisición del idioma. Además, los estudiantes reciben cognados para los Términos clave en los resúmenes de temas y las Guías para la familia del tema.

Interactuar con contenido de nivel del grado

Su estudiante interactuará con el contenido de su nivel de grado de varias maneras con la ayuda del maestro.

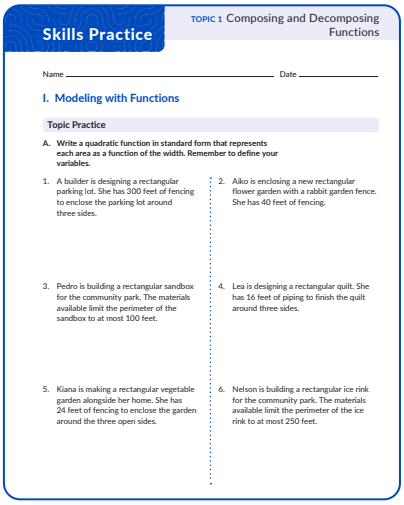
Aprender juntos	Aprender individualmente
El maestro facilita el aprendizaje activo de las lecciones para que los estudiantes se sientan seguros al compartir ideas, escucharse unos a otros y aprender juntos. Los estudiantes se convierten en creadores de su conocimiento matemático.	La Práctica de destrezas brinda a los estudiantes la oportunidad de participar en el desarrollo de destrezas adicionales que se alinean con cada lección de Aprender juntos. Los días de Aprender individualmente se centran en destrezas discretas que pueden requerir práctica adicional para lograr el dominio.


1 Modeling with Functions

OBJECTIVES
- Use multiple representations of functions to model and solve problems.
- Use multiple representations of functions to analyze problems with students engaged in reading, writing, and speaking during their analysis.

You have calculated the area of various geometric figures.

How can you use what you know about area to build an algebraic function?


Skills Practice

TOPIC 1 Composing and Decomposing Functions

Name _____ Date _____

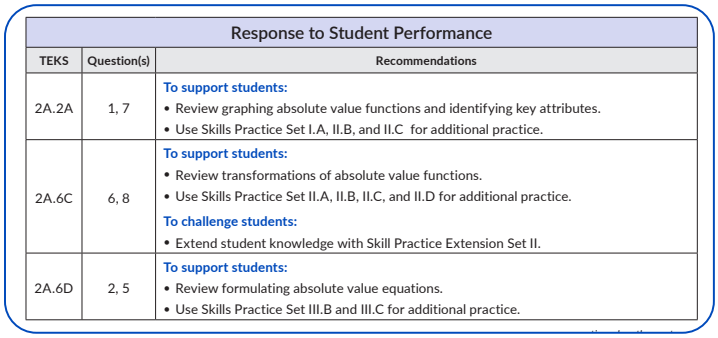
I. Modeling with Functions

Topic Practice

A. Write a quadratic function in standard form that represents each area as a function of the width. Remember to define your variables.

1. A builder is designing a rectangular parking lot. She has 300 feet of fencing to enclose the parking lot around three sides.
2. Aiko is enclosing a new rectangular flower garden with a rabbit garden fence. She has 40 feet of fencing.
3. Pedro is building a rectangular sandbox for the community park. The materials available limit the perimeter of the sandbox to at most 100 feet.
4. Lea is designing a rectangular quilt. She has 16 feet of piping to finish the quilt around three sides.
5. Kiana is making a rectangular vegetable garden alongside her home. She has 24 feet of fencing to enclose the garden around the three open sides.
6. Nelson is building a rectangular ice rink for the community park. The materials available limit the perimeter of the ice rink to at most 250 feet.

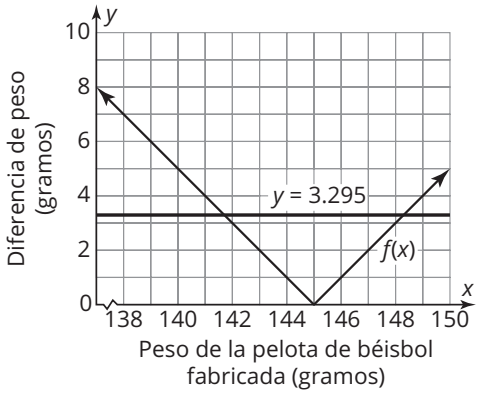
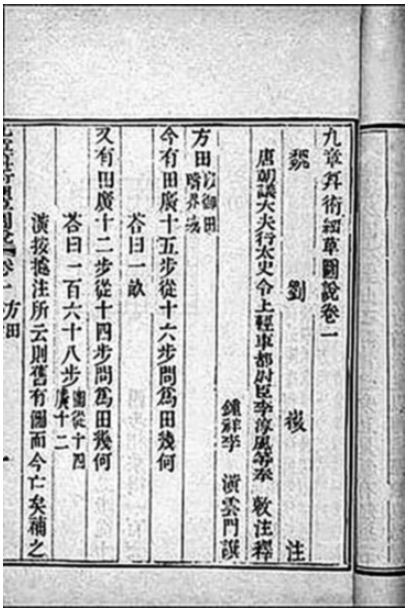
Al final de cada tema, su estudiante completará una evaluación relacionada con los estándares cubiertos en el tema. Esta evaluación consta de preguntas de opción múltiple, selección múltiple y abiertas diseñadas para que su estudiante demuestre su aprendizaje. Además, cada evaluación incluye una guía de puntuación para que los maestros garanticen una puntuación consistente. La guía de puntuación incluye formas de apoyar o desafiar a su estudiante en función de sus respuestas a las preguntas de la evaluación. El objetivo de la evaluación es que el maestro y el estudiante reflexionen sobre el aprendizaje. Los maestros utilizarán los resultados de la evaluación de su estudiante para enfocarse en las destrezas individuales que su estudiante necesita para dominar o para acelerar y desafiar a su estudiante.



Response to Student Performance		
TEKS	**Question(s)**	**Recommendations**
2A.2A	1, 7	**To support students:** • Review graphing absolute value functions and identifying key attributes. • Use Skills Practice Set I.A, II.B, and II.C for additional practice.
2A.6C	6, 8	**To support students:** • Review transformations of absolute value functions. • Use Skills Practice Set II.A, II.B, II.C, and II.D for additional practice. **To challenge students:** • Extend student knowledge with Skill Practice Extension Set II.
2A.6D	2, 5	**To support students:** • Review formulating absolute value equations. • Use Skills Practice Set III.B and III.C for additional practice.

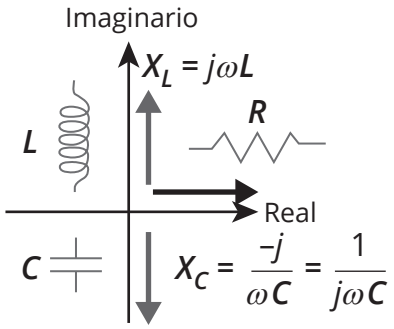
MÓDULO 1 **Extender las relaciones lineales**

En este módulo, el estudiante utilizará su conocimiento de las funciones lineales para explorar las funciones de valor absoluto, los sistemas de tres ecuaciones lineales, los sistemas de desigualdades y las funciones inversas. Hay dos temas en este módulo: *Funciones y ecuaciones de valor absoluto* y *Aplicaciones de las relaciones lineales*.

TEMA 1 Funciones y ecuaciones de valor absoluto	TEMA 2 Aplicaciones de las relaciones lineales
Su estudiante utilizará sus conocimientos sobre la resolución de ecuaciones y desigualdades para resolver ecuaciones y desigualdades de valor absoluto.	Su estudiante resolverá sistemas de tres ecuaciones lineales en tres variables usando sustitución, eliminación de Gauss y tecnología con matrices.
¿Sabías que? Las funciones de valor absoluto son útiles para modelar escenarios del mundo real como la medición de distancias o el peso aceptable de una pelota de béisbol que se ajusta a las especificaciones.  	¿Sabías que? Las primeras señales del uso de una **matriz** fue en los siglos X a II a. e. c. en libros de matemática chinos. 

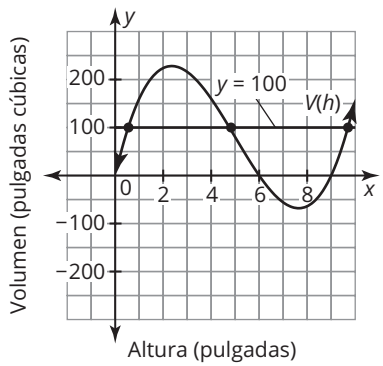
MÓDULO 2 Explorar funciones cuadráticas

En este módulo, su estudiante profundizará su comprensión de las funciones cuadráticas. Hay dos temas en este módulo: *Funciones y ecuaciones cuadráticas* y *Aplicaciones de las funciones cuadráticas*.

TEMA 1 Funciones y ecuaciones cuadráticas	TEMA 2 Aplicaciones de las funciones cuadráticas
Su estudiante explorará los números complejos y los utilizará para resolver ecuaciones cuadráticas.	Su estudiante modelará escenarios del mundo real utilizando funciones cuadráticas, desigualdades, sistemas con una función lineal y cuadrática, y funciones de regresión cuadrática. Explorará las inversas de las funciones.
¿Sabías que? Los **números imaginarios** a menudo se utilizan en electricidad, específicamente en electrónica de corriente alterna (CA). La electricidad de corriente alterna cambia entre positiva y negativa. El uso de números reales e imaginarios ayuda a quienes trabajan con electricidad CA a hacer cálculos y evitar la electrocución.  	¿Sabías que? ¡Una simple forma de las **funciones inversas** que usamos todos los días pero que quizás no nos damos cuenta es la temperatura exterior! Normalmente utilizamos los grados Fahrenheit, ¡pero los grados Celsius o centígrados son en realidad su inversa! **Fahrenheit a Celsius** $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ **Celsius a Fahrenheit** $F = \frac{5}{9}C + 32$

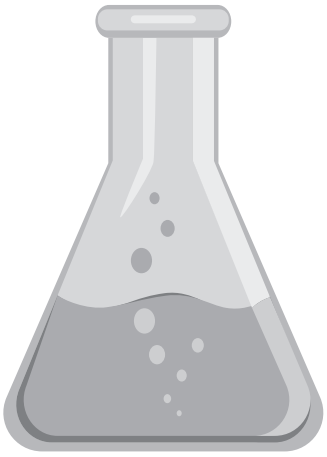
MÓDULO 3 Analizar estructuras

En este módulo, su estudiante explorará las funciones cúbicas y sus atributos clave. Hay tres temas en este módulo: *Componer y descomponer funciones*, *Atributos de las funciones cúbicas y Relacionar factores y ceros*.

TEMA 1 Componer y descomponer funciones	TEMA 2 Atributos de las funciones cúbicas	TEMA 3 Relacionar factores y ceros
Se les presentará a los estudiantes la posibilidad de construir funciones cúbicas en el plano de coordenadas mediante la operación o la trasformación de funciones lineares y cuadráticas.	Su estudiante aprenderá sobre los atributos clave de las funciones polinómicas, las transformaciones que se les aplica y cómo crear funciones polinómicas mediante estos atributos y transformaciones.	Su estudiante profundizará su capacidad para realizar operaciones con polinomios. Los estudiantes sumarán, restarán, multiplicarán, factorizarán y dividirán polinomios.
¿Sabías que? Puedes utilizar una función cúbica para representar muchas situaciones de la vida real. Por ejemplo, considera una situación en la cual alguien desea una jardinera con un volumen de 100 pulgadas cúbicas. Puedes determinar las posibles alturas de la jardinera a partir de la gráfica $V(h)$.  	¿Sabías que? Tal como nosotros buscamos patrones, características y atributos específicos en las funciones, los científicos encuentran ciertas características dentro de las cadenas de ADN que les permiten predecir cómo van a lucir los descendientes. 	¿Sabías que? Puedes dividir polinomios utilizando el mismo algoritmo de división larga que utilizas para dividir números. $$\begin{array}{r} x^2 + 0x + 3 \\ x + 1 \overline{)\, x^3 + x^2 + 3x + 3} \\ -(x^3 + x^2) \\ \hline 0x^2 + 3x \\ -(0x^2 + 0x) \\ \hline 3x + 3 \\ -(3x + 3) \\ \hline 0 \end{array}$$

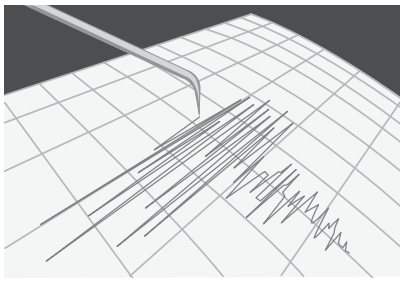
MÓDULO 4 Extender más allá de los polinomios

En este módulo, su estudiante explorará las funciones racionales, realizará operaciones con expresiones racionales y resolverá ecuaciones racionales. Hay tres temas en este módulo: *Funciones racionales*, *Funciones radicales* y *Ecuaciones radicales*.

TEMA 1 Funciones racionales	TEMA 2 Funciones radicales	TEMA 3 Ecuaciones radicales
Su estudiante aprenderá sobre crear funciones racionales, sus atributos claves, aplicar transformaciones y cómo se usan estas funciones en varios tipos de problemas matemáticos.	Su estudiante profundizará sus conocimientos sobre funciones inversas del Módulo 1 para desarrollar funciones radicales.	Su estudiante realizará operaciones con expresiones radicales y resolverá ecuaciones radicales.
¡Mezclar! La química es una ciencia exacta que no siempre tiene los ingredientes perfectos. Diluir y concentrar ingredientes es importante para obtener reacciones correctas y seguras. ¡Las ecuaciones racionales son una parte importante del trabajo previo! 	¿Sabías que? Predecir tsunamis no es una ciencia exacta, pero los científicos usan una variedad de funciones radicales para estimar rápidamente el tiempo de llegada de cualquier peligro potencial para que las personas puedan buscar seguridad. 	¿Sabías que? Las ecuaciones radiales se resuelven utilizando las mismas operaciones inversas y propiedades de igualdad que utilizaste para resolver otras ecuaciones. Sin embargo, las ecuaciones radicales pueden tener soluciones extrañas, así que ¡comprueba siempre tus respuestas! Resuelve $3\sqrt{x} + 7 = 25$. $3\sqrt{x} + 7 = 25$ $3\sqrt{x} = 18$ $\sqrt{x} = 6$ $(\sqrt{x})^2 = (6)^2$ $x = 36$ Verifica: $3\sqrt{36} + 7 \stackrel{?}{=} 25$ $3(6) + 7 \stackrel{?}{=} 25$ $25 = 25$✔

MÓDULO 5 Explorar exponenciales y logaritmos

En este módulo, su estudiante profundizará sus conocimientos sobre las funciones exponenciales y aprenderá que la función inversa de una función exponencial es una función logarítmica. Hay dos temas en este módulo: *Funciones exponenciales y logarítmicas*, y *Ecuaciones exponenciales y logarítmicas*.

TEMA 1 Funciones exponenciales y logarítmicas	TEMA 2 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas
Su estudiante profundizará sus conocimientos sobre las funciones exponenciales y será introducido a sus funciones inversas: las funciones logarítmicas.	Su estudiante resolverá ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
¿Sabías que? La escala de Richter se usa para calcular la energía emitida por los terremotos. La escala de Richter es logarítmica, lo que significa que los saltos de números enteros en la calificación indican un aumento de diez veces en la amplitud de la onda del terremoto. Por ejemplo, la amplitud de la onda en un terremoto de nivel 5 es diez veces más grande que la amplitud de un terremoto nivel 4. 	Enfriamiento La ley del enfriamiento de Newton establece que la velocidad a la que cambia la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del entorno. Este principio se utiliza para determinar cuándo un objeto alcanzará una temperatura determinada. Este método puede aplicarse al enfriamiento del café, prediciendo cuándo alcanzará una temperatura bebible. 

Estructura de la lección

Cada lección del curso se organiza de la misma manera para desarrollar un conocimiento profundo. Lea las partes de la lección para conocer más sobre la de aprendizaje del estudiante en el salón de matemáticas.

Objetivos y pregunta esencial

Cada lección comienza con objetivos que se incluyen para ayudar a los estudiantes a comprender los objetivos de aprendizaje. También se incluye una afirmación esencial que conecta el aprendizaje de los estudiantes con una pregunta para reflexionar. La pregunta se repite al final de cada lección para evaluar el nivel de comprensión del estudiante.

Inicio

La sección Inicio involucra a su estudiante en el aprendizaje. En la sección Inicio, el estudiante recurre a lo que ya conoce del mundo, lo que aprendió anteriormente y la intuición para que pueda pensar de forma matemática y prepararse para lo que vendrá en la lección.

Actividades

En las Actividades, los estudiantes desarrollan su conocimiento matemático y desarrollan una comprensión profunda de las matemáticas. Estas actividades le permiten al estudiante comunicarse y trabajar con otros compañeros en la clase de matemáticas.

Cuando su estudiante esté trabajando en estas actividades, tenga en cuenta:

- no se trata solo de buscar una respuesta. Es importante hacer el cálculo y hablar al respecto.
- cometer errores es una parte importante del aprendizaje, así que ¡arriésgate!
- a menudo hay más de una forma para resolver un problema.

Demuestra lo que sabes

La sección Demuestra lo que sabes le permite al estudiante reflexionar sobre las ideas principales de la lección y demostrar lo que ha aprendido.

Asignación de la lección

La Asignación de la lección proporciona a sus estudiantes práctica para desarrollar fluidez y competencia. La Asignación de la lección también incluye una sección para ayudar a preparar a los estudiantes para la siguiente lección.

Conceptos clave de la lección

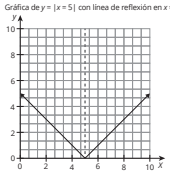
Al final de cada tema, el Resumen del tema proporciona un resumen de cada lección del tema. Anime a su estudiante a utilizarlos como herramienta para revisar y recuperar los conceptos clave de una lección.

Apoyar a su estudiante

¿En dónde estamos?

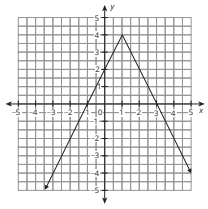
Una **reflexión** de una gráfica es la imagen idéntica de la gráfica sobre una **línea de reflexión**.

Gráfica de $y = |x - 5|$ con línea de reflexión en $x = 5$



Una **función de valor absoluto** es una función de la forma $f(x) = |x|$.

Por ejemplo, el plano de coordenadas muestra la gráfica de la función de valor absoluto $f(x) = -2|x - 1| + 4$. La gráfica aumenta hasta un vértice y después disminuye y es simétrica a través de una recta vertical que pasa por el vértice.



En la **Lección 1: Definir funciones de valor absoluto**, los estudiantes exploran la función madre de valor absoluto. Dado un contexto del mundo real, los estudiantes formulan una ecuación de valor absoluto y resuelven la ecuación gráficamente.

Matemáticas en el mundo real

Las funciones de valor absoluto están relacionadas con muchas situaciones del mundo real de las ciencias de la salud. Por ejemplo, considera la posibilidad de medir cuánto se alejan la frecuencia cardíaca o la temperatura de una persona de los rangos normales. Tanto si está por encima como por debajo de ese rango, lo que importa es la magnitud de la diferencia, no la dirección. Eso es precisamente lo que nos muestra el valor absoluto: se centra en la distancia desde cero, ya sea positiva o negativa.

Otro ejemplo es la presión arterial. Los médicos hacen un seguimiento de cuánto suben o bajan las cifras de presión arterial de un paciente en comparación con un nivel saludable. El valor absoluto ayuda a mostrar lo significativo que es el cambio, ya sea un aumento o una disminución. Las ecuaciones de valor absoluto resuelven problemas reales de la atención sanitaria, como el seguimiento de los pacientes para ver los efectos de los tratamientos. ¡Es increíble pensar en cómo estas ecuaciones de valor absoluto pueden ayudar a salvar vidas!

La Guía del tema para la familia

La Guía del tema para la familia proporciona una visión general de las matemáticas del tema, cómo están conectadas las matemáticas a lo que los estudiantes ya saben y cómo se utilizará ese conocimiento en el aprendizaje futuro. Proporciona un ejemplo de un modelo o estrategia matemática que su estudiante está aprendiendo en el tema, rompiendo un mito matemático, temas de discusión para comentar o preguntas para hacerle a su estudiante y/o todos los términos clave que su estudiante aprenderá. Tanto usted como su estudiante también pueden utilizar el Glosario de matemáticas para comprobar la terminología y las definiciones. Anime a su estudiante a consultar los términos clave en la Guía del tema para la familia y/o en el Glosario de matemáticas al completar tareas de matemáticas.

Aprender fuera del salón es crucial para el éxito de su estudiante. Si bien no esperamos que usted sea maestro de matemáticas, la Guía del tema para la familia puede ayudarlo mientras habla con su estudiante sobre el contenido matemático del curso. Se espera que tanto usted como su estudiante lean y se beneficien con estas guías.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones de valor absoluto tienen muchas aplicaciones en el mundo real, como la planificación financiera, la medición de la magnitud de los terremotos y la medición de la variabilidad de la frecuencia cardíaca.

EJEMPLO DE PREGUNTA

¿Cuáles son los valores de n y p para que $-n|2p - 6| > 0$?

Para que el producto sea mayor que 0, los factores deben ser ambos mayores que 0 o ambos menores que 0.

Dado que uno de los factores es un valor absoluto, los factores no pueden ser menores que 0, así que ambos son mayores que 0.

Esto significa que n debe ser menor que 0 y p no puede ser igual a 3.

La solución es todos los valores tales que $n < 0$ y $p \neq 3$.

Matemáticas en el mundo real

Las matemáticas se utilizan en actividades cotidianas como la elaboración de presupuestos, la cocina y los deportes, lo que las convierte en una destreza valiosa para la vida. También, desempeñan un papel crucial en la alfabetización financiera, el razonamiento lógico y la toma de decisiones. Al conectar las matemáticas con situaciones de la vida real, los estudiantes ganan confianza, perciben su relevancia y desarrollan destrezas de pensamiento crítico que les beneficiarán tanto en lo académico como en su vida diaria. La sección de "Matemáticas en el mundo real" de la Guía para la familia del tema proporciona ejemplos de cómo se aplican los conceptos matemáticos del tema más allá del salón.

Algunos ejemplos de estas conexiones con el mundo real son:

Matemáticas en el mundo real: Las funciones de valor absoluto están relacionadas con muchas situaciones del mundo real de las ciencias de la salud. Por ejemplo, considera la posibilidad de medir cuánto se alejan la frecuencia cardíaca o la temperatura de una persona de los rangos normales. Tanto si está

por encima como por debajo de ese rango, lo que importa es la magnitud de la diferencia, no la dirección. Eso es precisamente lo que nos muestra el valor absoluto: se centra en la distancia desde cero, ya sea positiva o negativa.

Otro ejemplo es la presión arterial. Los médicos hacen un seguimiento de cuánto suben o bajan las cifras de presión arterial de un paciente en comparación con un nivel saludable. El valor absoluto ayuda a mostrar lo significativo que es el cambio, ya sea un aumento o una disminución. Las ecuaciones de valor absoluto resuelven problemas reales de la atención sanitaria, como el seguimiento de los pacientes para ver los efectos de los tratamientos. ¡Es increíble pensar en cómo estas ecuaciones de valor absoluto pueden ayudar a salvar vidas!

Matemáticas en el mundo real: Tu cuerpo es una increíble colección de diferentes sistemas. El sistema cardiovascular bombea sangre por todo tu cuerpo, el sistema esquelético proporciona forma y apoyo, y el sistema nervioso controla la comunicación entre tus sentidos y tu cerebro. Tu piel, incluyendo el pelo y las uñas, es un sistema por sí mismo, el sistema tegumentario, y protege todos los demás sistemas de tu cuerpo. También tienes un sistema digestivo, sistema endocrino, sistema excretor, sistema inmunológico, sistema muscular, sistema reproductivo y sistema respiratorio.

Tu cuerpo resuelve problemas cada día para mantenerse equilibrado. Los científicos utilizan sistemas de ecuaciones para modelar el funcionamiento del cuerpo humano. Por ejemplo, cómo afectan los niveles de oxígeno en sangre a la frecuencia cardíaca. ¡Así que tu cuerpo es básicamente un problema matemático andante!

Los estándares de procesos matemáticos de TEKS

Cada módulo se centrará en los estándares de procesos matemáticos de TEKS que ayudarán al estudiante a convertirse en un pensador matemático. Los estándares de procesos matemáticos de TEKS se enumeran a continuación. Comente con su estudiante las afirmaciones de "Yo puedo" debajo de los estándares para ayudarlo a desarrollar su aprendizaje y comprensión de las matemáticas. Con su ayuda, su estudiante puede convertirse en un pensador matemático productivo.

Aplica matemáticas a los problemas que surgen en la vida diaria, en la sociedad y en el lugar de trabajo.

Puedo:

- usar las matemáticas que aprendí para resolver problemas del mundo real.
- interpretar resultados matemáticos en los contextos de una variedad de problemas matemáticos.

Apoyar a su estudiante

Utiliza un modelo de resolución de problemas que incluya analizar la información dada, formular un plan o una estrategia, determinar una solución, justificar una solución y evaluar el proceso de resolución de problemas y la razonabilidad de la solución.

Puedo:
- Explicar qué "significa" un problema con mis propias palabras.
- Crear un plan y cambiarlo cuando sea necesario.
- Hacer preguntas útiles para comprender el problema.
- Explicar mi razonamiento y defender mi solución.
- Reflexionar si mis resultados tienen sentido.

Selecciona las herramientas, incluso objetos reales, manipulativos, papel y lápiz y tecnología, según corresponda, así como técnicas como cálculo mental, estimación y sentido numérico, según corresponda, para resolver problemas.

Puedo:
- Usar una variedad de herramientas diferentes que tengo para resolver problemas.
- Reconocer cuándo una herramienta que tengo para resolver problemas puede ser útil y cuándo tiene limitaciones.
- Buscar métodos eficientes para resolver problemas.
- Estimar antes de comenzar a calcular para ayudar a mi razonamiento.

Comunica las ideas matemáticas, el razonamiento y sus implicancias usando diferentes representaciones, entre ellas símbolos, diagramas, gráficas e idioma, según corresponda.

Puedo:
- Explicar qué "significa" un problema con mis propias palabras.
- Crear un plan y cambiarlo de ser necesario.
- Hacer preguntas útiles al intentar comprender el problema.
- Explicar mi razonamiento y defender mi solución.
- Reflexionar si mis resultados tienen sentido.

Crea y utiliza representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.

Puedo:
- Considerar las unidades de medida involucradas en un problema.
- Etiquetar diagramas y figuras de forma adecuada para aclarar el significado de diferentes representaciones.
- Crear una representación comprensible de un problema matemático.

Apoyar a su estudiante

Analiza las relaciones matemáticas para conectar y comunicar las ideas matemáticas.

Puedo:

- Identificar relaciones importantes en un problema matemático.
- Recurrir a lo que sé para resolver problemas nuevos.
- Analizar y organizar información.
- Observar de cerca para identificar patrones o estructuras.
- Buscar métodos generales y maneras más eficientes de resolver problemas.

Clasifica, explica y justifica las ideas y los argumentos matemáticos empleando lenguaje matemático preciso en comunicación oral o escrita.

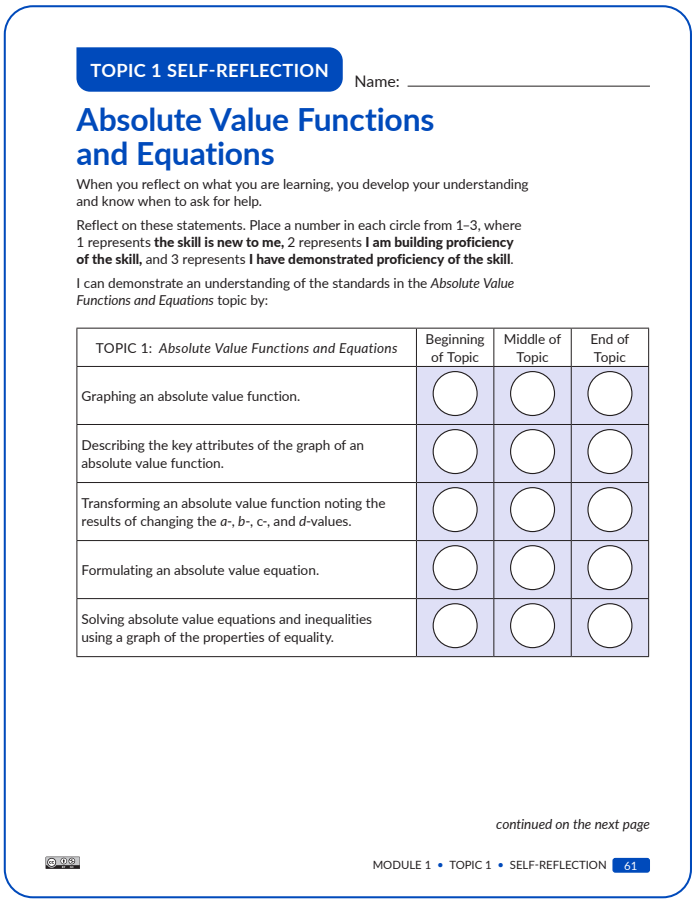
Puedo:

- Trabajar meticulosamente y verificar mi trabajo.
- Distinguir el razonamiento correcto del razonamiento erróneo.
- Utilizar vocabulario matemático apropiado cuando hablo con mis compañeros, mi maestro y otras personas.
- Especificar las unidades de medida adecuadas cuando explico mi razonamiento.
- Calcular correctamente y comunicarte de forma precisa con los demás.

Apoyar a su estudiante

Reflexionar sobre el aprendizaje y el progreso

Para apoyar a su estudiante, anímelo a reflexionar sobre el proceso de aprendizaje. Los recursos educativos incluyen una autorreflexión por parte del estudiante para cada tema. Anime a su estudiante a reflexionar con precisión y frecuencia sobre el aprendizaje y el progreso a lo largo de cada tema. Hable sobre los conceptos específicos de la Autorreflexión con su estudiante y celebre el avance desde el principio hasta el final del tema. Recuérdele a su estudiante que consulte la Autorreflexión del tema en los días de Aprender individualmente después de centrarse en destrezas y conceptos específicos. Puede pedirle a su estudiante que le explique los conceptos de la autorreflexión utilizando los resúmenes de los temas o las tareas de las lecciones para demostrar su comprensión.



TOPIC 1 SELF-REFLECTION

Name: _____

Absolute Value Functions and Equations

When you reflect on what you are learning, you develop your understanding and know when to ask for help.

Reflect on these statements. Place a number in each circle from 1–3, where 1 represents **the skill is new to me,** 2 represents **I am building proficiency of the skill,** and 3 represents **I have demonstrated proficiency of the skill**.

I can demonstrate an understanding of the standards in the *Absolute Value Functions and Equations* topic by:

TOPIC 1: *Absolute Value Functions and Equations*	Beginning of Topic	Middle of Topic	End of Topic
Graphing an absolute value function.	○	○	○
Describing the key attributes of the graph of an absolute value function.	○	○	○
Transforming an absolute value function noting the results of changing the *a*-, *b*-, *c*-, and *d*-values.	○	○	○
Formulating an absolute value equation.	○	○	○
Solving absolute value equations and inequalities using a graph of the properties of equality.	○	○	○

continued on the next page

MODULE 1 • TOPIC 1 • SELF-REFLECTION 61

¡Gracias!

¡Disfrute de la divertida aventura matemática que le espera a usted y a su estudiante! Recuerde que tiene recursos disponibles a su disposición. Agradecemos por apoyar el aprendizaje de su estudiante.

MÓDULO
1

Extender las relaciones lineales

TEMA 1 Funciones y ecuaciones de valor absoluto 3

TEMA 2 Aplicaciones de las relaciones lineales 7

CC BY NC

Guía para la familia

MÓDULO 1 Extender las relaciones lineales Álgebra II

TEMA 1 Funciones y ecuaciones de valor absoluto



Los estudiantes comienzan este tema con un repaso de lo que saben sobre el valor absoluto de 6.° grado. Los estudiantes grafican la función $f(x) = x$, y después grafican $h(x) = |x|$ y $j(x) = |-x|$, para luego hablar sobre cómo cambió cada gráfica. Luego, dada una situación del mundo real, formulan una función de valor absoluto y resuelven gráficamente una ecuación de valor absoluto. Los estudiantes exploran las transformaciones de la función madre de valor absoluto antes de avanzar para resolver las desigualdades y ecuaciones de valor absoluto basándose en situaciones de la vida real.

¿Dónde hemos estado?

En 6.° grado, los estudiantes han aprendido que el valor absoluto es una medida de magnitud y han calculado el valor absoluto de un número dado. Utilizan su conocimiento sobre cómo resolver ecuaciones lineales en una variable para resolver ecuaciones de valor absoluto. En Álgebra I, los estudiantes resolvieron desigualdades lineales compuestas y se basan en estas experiencias para resolver desigualdades de valor absoluto en este tema.

¿Hacia dónde vamos?

Aunque derivan de las relaciones lineales, las funciones con valor absoluto son más complejas que las funciones lineales con las que han trabajado los estudiantes anteriormente. Estas comparten suficientes atributos con las funciones lineales para que sean familiares para los estudiantes, pero también sirven como puente hacia las funciones no lineales que estudiarán durante el resto de este curso: funciones cuadráticas, funciones cúbicas, funciones radicales, funciones racionales, funciones exponenciales y funciones logarítmicas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones de valor absoluto tienen muchas aplicaciones en el mundo real, como la planificación financiera, la medición de la magnitud de los terremotos y la medición de la variabilidad de la frecuencia cardíaca.

EJEMPLO DE PREGUNTA

¿Cuáles son los valores de n y p para que $-n|2p - 6| > 0$?

Para que el producto sea mayor que 0, los factores deben ser ambos mayores que 0 o ambos menores que 0.

Dado que uno de los factores es un valor absoluto, los factores no pueden ser menores que 0, así que ambos son mayores que 0.

Esto significa que n debe ser menor que 0 y p no puede ser igual a 3.

La solución es todos los valores tales que $n < 0$ y $p \neq 3$.

TÉRMINOS CLAVE

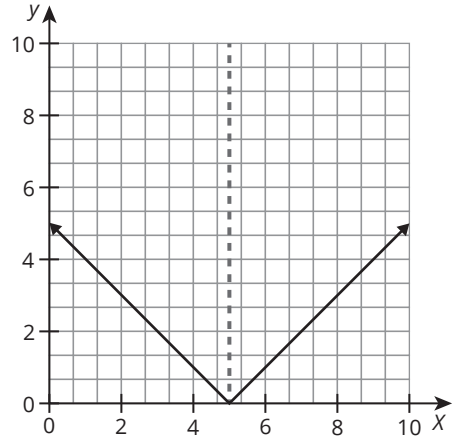
- función de valor absoluto [absolute value function]
- reflexión [reflection]
- línea de reflexión [line of reflection]
- argumento de una función [argument of a function]
- ecuación de valor absoluto [absolute value equation]
- desigualdad de valor absoluto [absolute value inequality]
- desigualdad compuesta equivalente [equivalent compound inequality]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

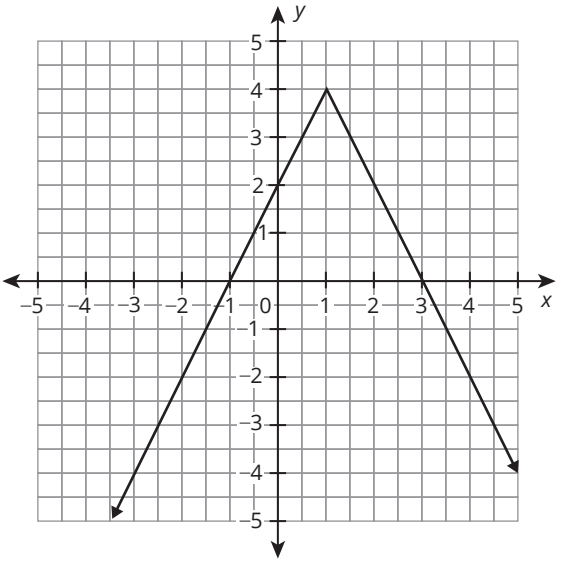
Una **reflexión** de una gráfica es la imagen idéntica de la gráfica sobre una **línea de reflexión**.

Gráfica de $y = |x = 5|$ con línea de reflexión en $x = 5$



Una **función de valor absoluto** es una función de la forma $f(x) = |x|$.

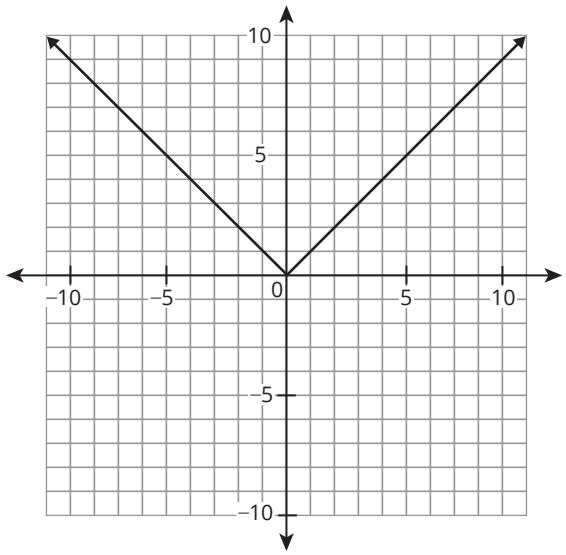
Por ejemplo, el plano de coordenadas muestra la gráfica de la función de valor absoluto $f(x) = -2|x - 1| + 4$. La gráfica aumenta hasta un vértice y después disminuye y es simétrica a través de una recta vertical que pasa por el vértice.



En la **Lección 1: Definir funciones de valor absoluto**, los estudiantes exploran la función madre de valor absoluto. Dado un contexto del mundo real, los estudiantes formulan una ecuación de valor absoluto y resuelven la ecuación gráficamente.

Función madre de valor absoluto

La función madre de valor absoluto es $f(x) = |x|$.



La función tiene los siguientes atributos clave:

Dominio: $-\infty < x < \infty$

Rango: $y \geq 0$

Mínimo: (0, 0)

Eje de simetría: eje y

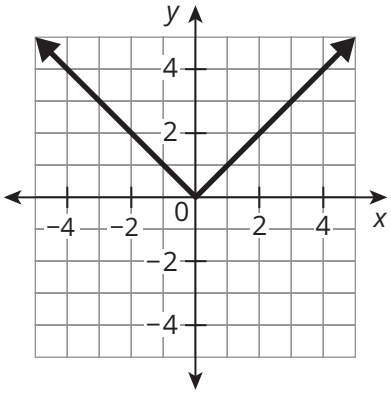
Intersección con el eje x: (0, 0)

Intersección con el eje y: (0, 0)

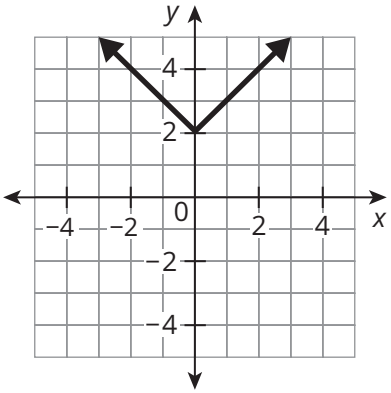
Transformaciones de funciones de valor absoluto

En la **Lección 2: Transformaciones de funciones de valor absoluto**, los estudiantes transforman la función $f(x) = |x|$ usando la forma de transformación $g(x) = af(b(x - c)) + d$.

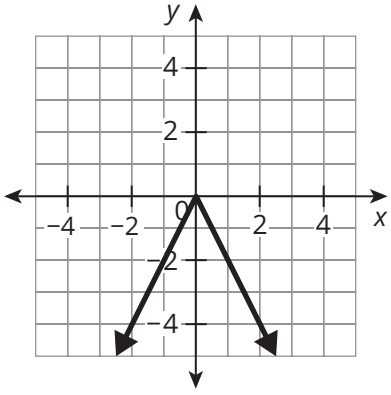
$f(x) = |x|$



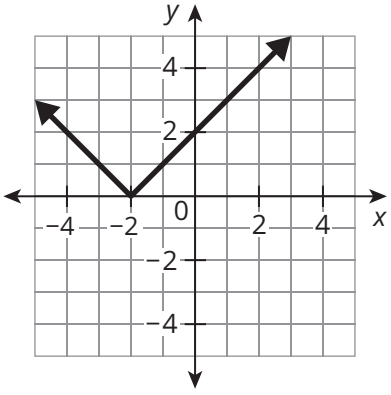
$y = |x| + 2$



$f(x) = -2|x|$



$f(x) = |x - (-2)|$



Matemáticas en el mundo real

Las funciones de valor absoluto están relacionadas con muchas situaciones del mundo real de las ciencias de la salud. Por ejemplo, considera la posibilidad de medir cuánto se alejan la frecuencia cardíaca o la temperatura de una persona de los rangos normales. Tanto si está por encima como por debajo de ese rango, lo que importa es la magnitud de la diferencia, no la dirección. Eso es precisamente lo que nos muestra el valor absoluto: se centra en la distancia desde cero, ya sea positiva o negativa.

Otro ejemplo es la presión arterial. Los médicos hacen un seguimiento de cuánto suben o bajan las cifras de presión arterial de un paciente en comparación con un nivel saludable. El valor absoluto ayuda a mostrar lo significativo que es el cambio, ya sea un aumento o una disminución. Las ecuaciones de valor absoluto resuelven problemas reales de la atención sanitaria, como el seguimiento de los pacientes para ver los efectos de los tratamientos. ¡Es increíble pensar en cómo estas ecuaciones de valor absoluto pueden ayudar a salvar vidas!

En la **Lección 3: Ecuaciones y desigualdades de valor absoluto,** el estudiante amplía su comprensión de la resolución de ecuaciones para incluir aquellas que incluyen valores absolutos.

Ecuaciones y desigualdades de valor absoluto

Por ejemplo, resuelve la ecuación $|5x - 4| = 21$.

$$|5x - 4| = 21$$

$+(5x - 4) = 21$	$-(5x - 4) = 21$
$5x - 4 = 21$	$5x - 4 = -21$
$5x - 4 + 4 = 21 + 4$	$5x - 4 + 4 = -21 + 4$
$5x = 25$	$5x = -17$
$\frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$	$\frac{5x}{5} = \frac{(-17)}{5}$
$x = 5$	$x = -3\frac{2}{5}$

Las desigualdades de valor absoluto pueden tomar cuatro formas diferentes con la expresión de valor absoluto comparada con un valor, c. Para resolver una desigualdad de valor absoluto, primero debes escribirla como una **desigualdad compuesta equivalente**. Las desigualdades "menor que" serán conjunciones y las desigualdades "mayor que" serán disyunciones.

Desigualdad de valor absoluto	Desigualdad compuesta equivalente
$\|ax + b\| < c$	$-c < ax + b < c$
$\|ax + b\| \leq c$	$-c \leq ax + b \leq c$
$\|ax + b\| > c$	$ax + b < -c$ o $ax + b > c$
$\|ax + b\| \geq c$	$ax + b \leq -c$ o $ax + b \geq c$

TEMA 2 Aplicaciones de las relaciones lineales



Los estudiantes repasan lo que saben sobre los sistemas de ecuaciones lineales de 8.º grado y Álgebra I. Aplican estos conocimientos para resolver sistemas de tres ecuaciones lineales en tres variables. Los estudiantes también utilizan sistemas de desigualdades lineales y la programación lineal para modelar soluciones óptimas a situaciones del mundo real. Aprenderán las operaciones con matrices para comprender mejor los cálculos que utiliza una calculadora para determinar la solución de un sistema de ecuaciones. Finalmente, los estudiantes exploran los inversos de las funciones lineales.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes entran a este tema con una amplia gama de experiencias con funciones lineales. Han resuelto sistemas de ecuaciones desde 8.º grado y Álgebra I. Han investigado las propiedades de los números reales, incluyendo la identidad multiplicativa y el inverso multiplicativo. En este tema, los estudiantes extienden estas propiedades a un nuevo objeto: la matriz.

¿Hacia dónde vamos?

En este curso, los estudiantes resolverán ecuaciones cada vez más complejas, incluyendo ecuaciones cuadráticas, racionales, radicales, exponenciales y logarítmicas. También seguirán resolviendo sistemas de ecuaciones más complejos. En el Módulo 2, los estudiantes amplían sus conocimientos sobre la resolución de sistemas de ecuaciones para resolver sistemas formados por una ecuación lineal y una ecuación cuadrática.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

La resolución de sistemas de ecuaciones en tres variables desempeña un papel crucial en tareas como la elaboración de presupuestos, en las que los individuos equilibran ingresos, gastos y ahorros simultáneamente. Los estudiantes de ingeniería, informática, economía y matemáticas utilizarán sistemas de ecuaciones para analizar y resolver problemas complejos.

EJEMPLO DE PREGUNTA

Dado el sistema de ecuaciones: $2x + y + z = 11$, $2x - y + 3z = 13$ y $3x + 2y - z = 8$

Determina el valor de $x + y + z$.

Usa una ecuación de matrices para resolver el sistema.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$x + y + z = 2 + 3 + 4 = 9$

La solución es 9.

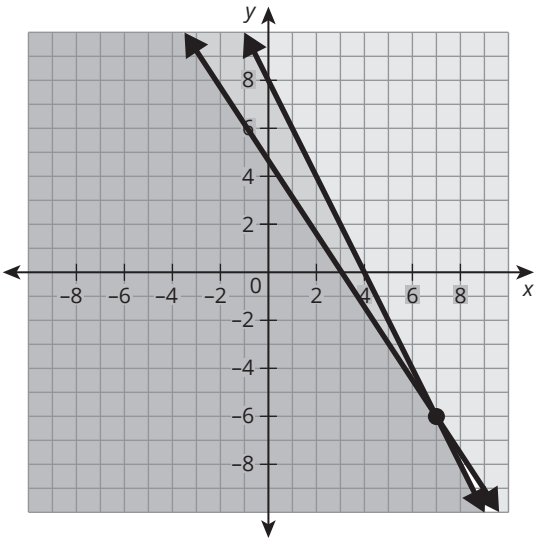
TÉRMINOS CLAVE

- eliminación gaussian [Gaussian elimination]
- solución de un sistema de desigualdades lineales [solution set of a system of linear inequalities]
- programación lineal [linear programming]
- matriz [matrix]
- dimensiones [dimensions]
- matriz cuadrada
- elemento de una matriz [matrix element]
- multiplicación de matrices [matrix multiplication]
- matriz identidad [identity matrix]
- inverso multiplicativo de una matriz [multiplicative inverse of a matrix]
- ecuación de matrices [matrix equation]
- matriz de coeficientes [coefficient matrix]
- matriz de variables [variable matrix]
- matriz de constante [constant matrix]
- inverso de una función [inverse of a function]
- función uno a uno

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

El **conjunto de soluciones de un sistema de desigualdades** es la intersección de las soluciones de cada desigualdad. Cada punto que ambas soluciones comparten satisface todas las desigualdades en el sistema.



Una **matriz (matrices en plural)** es un arreglo de números compuesto de filas y columnas. Una matriz normalmente es designada por una letra mayúscula.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

En la **Lección 1: Resolver sistemas de ecuaciones**, los estudiantes repasan la resolución de ecuaciones lineales en dos variables. Después, pueden utilizar la sustitución y *eliminación gaussiana* para resolver sistemas de tres ecuaciones lineales en tres variables.

La meta de la **eliminación gaussiana** es utilizar combinaciones lineales para aislar una variable para cada ecuación. Cuando utilizas este método, puedes:

- intercambiar las posiciones de dos ecuaciones.
- multiplicar una ecuación por una constante distinta a cero.
- sumar una ecuación al múltiplo de otra.

Por ejemplo, puedes resolver el sistema $\begin{cases} x + 5y - 6z = 24 \\ -x - 4y + 5z = -21 \\ 5x - 4y + 2z = 21 \end{cases}$ utilizando eliminación gaussiana.

Suma la primera y segunda ecuación y reemplaza la segunda ecuación.

$$\begin{array}{r} x + 5y - 6z = 24 \\ -x - 4y + 5z = -21 \\ \hline y - z = 3 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} x + 5y - 6z = 24 \\ y - z = 3 \\ 5x - 4y + 2z = 21 \end{cases}$$

Multiplica la primera ecuación por -5 y súmala a la tercera ecuación. Reemplaza la tercera ecuación.

$$\begin{array}{r} -5x - 25y + 30z = -120 \\ 5x - 4y + 2z = 21 \\ \hline -29y + 32z = -99 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} x + 5y - 6z = 24 \\ y - z = 3 \\ -29y + 32z = -99 \end{cases}$$

Multiplica la segunda ecuación por -9 y súmala a la tercera ecuación. Reemplaza la tercera ecuación.

$$\begin{array}{r} 29y - 29z = 87 \\ -29y + 32z = -99 \\ \hline 3z = -12 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} x + 5y - 6z = 24 \\ y - z = 3 \\ 3z = -12 \end{cases}$$

Multiplica la tercera ecuación por $\frac{1}{3}$ y súmala a la segunda ecuación. Reemplaza la segunda ecuación.

$$\begin{array}{r} y - z = 3 \\ z = -4 \\ \hline y = -1 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} x + 5y - 6z = 24 \\ y = -3 \\ 3z = -12 \end{cases}$$

Multiplica la segunda ecuación por -5 y súmala a la primera ecuación. Reemplaza la primera ecuación.

$$\begin{array}{r} x + 5y - 6z = 24 \\ -5y = 5 \\ \hline x - 6z = 29 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} x - 6z = 29 \\ y = -1 \\ 3z = -12 \end{cases}$$

Multiplica la tercera ecuación por 2 y súmala a la primera ecuación. Reemplaza la primera ecuación.

$$\begin{array}{r} x - 6z = 29 \\ 6z = -24 \\ \hline x = 5 \end{array} \longrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ 3z = -12 \end{cases}$$

Multiplica la tercera ecuación por $\frac{1}{3}$. Reemplaza la tercera ecuación.

$$\frac{1}{3}(3z = -12) \quad z = -4 \longrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ z = -4 \end{cases}$$

La solución del sistema es $(x, y, z) = (5, -1, -4)$.

Matemáticas en el mundo real

Tu cuerpo es una increíble colección de diferentes sistemas. El sistema cardiovascular bombea sangre por todo tu cuerpo, el sistema esquelético proporciona forma y apoyo, y el sistema nervioso controla la comunicación entre tus sentidos y tu cerebro. Tu piel, incluyendo el pelo y las uñas, es un sistema por sí mismo, el sistema tegumentario, y protege todos los demás sistemas de tu cuerpo. También tienes un sistema digestivo, sistema endocrino, sistema excretor, sistema inmunológico, sistema muscular, sistema reproductivo y sistema respiratorio.

Tu cuerpo resuelve problemas cada día para mantenerse equilibrado. Los científicos utilizan sistemas de ecuaciones para modelar el funcionamiento del cuerpo humano. Por ejemplo, cómo afectan los niveles de oxígeno en sangre a la frecuencia cardíaca. ¡Así que tu cuerpo es básicamente un problema matemático andante!

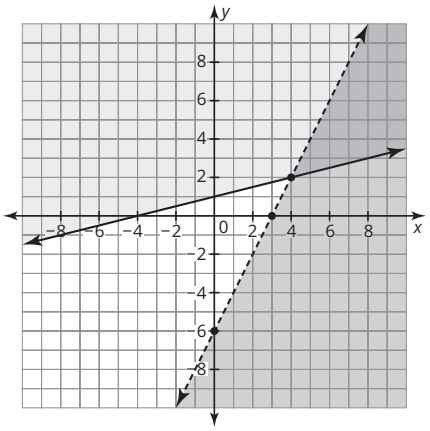
En la **Lección 2: Optimización**, los estudiantes resuelven sistemas de dos o más igualdades lineales.

Sistemas de desigualdades lineales

El **conjunto de soluciones de un sistema de desigualdades** es la intersección de las soluciones de cada desigualdad. Cada punto de la intersección satisface todas las desigualdades en el sistema.

Por ejemplo, considera el sistema $\begin{cases} y < 2x - 6 \\ y \geq \frac{1}{4}x + 1 \end{cases}$.

Grafica el sistema de desigualdades lineales.



La solución del sistema de desigualdades lineales es la región superpuesta de las soluciones de cada desigualdad del sistema. Por ejemplo, los puntos (6, 4) y (8, 8) son soluciones del sistema de desigualdades lineales.

Después, los estudiantes utilizan la tecnología con matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales en tres variables en la **Lección 3: Resolver sistemas con matrices**. La última lección del tema, **Lección 4: Inversos de funciones lineales** introduce a los estudiantes al *inversa de una función*.

Inverso de una función

El **inverso de una función** es una ecuación que se obtiene al intercambiar las variables independientes y dependientes.

Por ejemplo, determina el inverso de la función lineal $f(x) = 2x - 1$.

Para determinar el inverso, primero reescribe la ecuación utilizando y en lugar de $f(x)$.

$y = 2x - 1$

Después, intercambia las variables x e y y despeja la y.

$x = 2y - 1$

$\frac{x + 1}{2} = y$

$x + 1 = 2y$

El inverso de $y = 2x - 1$ es $y = \frac{x + 1}{2} = y$

MÓDULO
2

Explorar funciones cuadráticas

TEMA 1 Funciones y ecuaciones cuadráticas 13

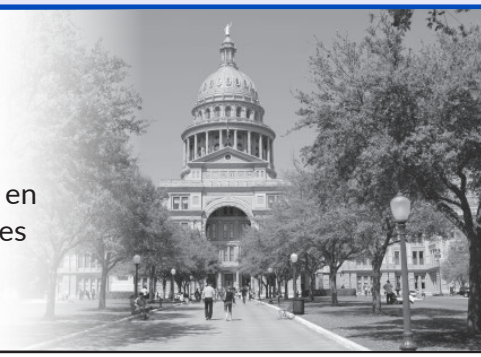
TEMA 2 Aplicaciones de las funciones cuadráticas 19

CC BY NC

Guía para la familia

TEMA 1 Funciones y ecuaciones cuadráticas

Este tema ofrece a los estudiantes la oportunidad de repasar y profundizar en lo que ya saben sobre las funciones cuadráticas de Álgebra I. Los estudiantes escriben y resuelven ecuaciones cuadráticas de varias formas. Este tema también les introduce el sistema de números complejos a los estudiantes.



¿Dónde hemos estado?

En Álgebra I, los estudiantes adquirieron amplia experiencia con múltiples representaciones de las funciones lineales, exponenciales y cuadráticas. Este tema sirve como una oportunidad para que los estudiantes puedan recordar lo que ya saben y puedan prepararse para usar este conocimiento durante el resto del curso . Los estudiantes ya están familiarizados con la resolución de ecuaciones cuadráticas y han considerado el caso de que la gráfica de una ecuación cuadrática no cruce el eje *x*, por lo que no tiene raíces reales. Al aprender a resolver ecuaciones cuadráticas con raíces imaginarias, los estudiantes profundizan en estas experiencias y extienden sus conocimientos del sistema de números reales al sistema de números complejos.

¿Hacia dónde vamos?

Durante el resto de este curso, los estudiantes explorarán funciones más complejas: polinomios, funciones racionales, funciones radicales y funciones logarítmicas. *Funciones y ecuaciones cuadráticas* un tema crucial para preparar a los estudiantes para este trabajo, que incluye identificar atributos clave, conectar representaciones, escribir ecuaciones, utilizar ecuaciones para resolver valores desconocidos, analizar representaciones gráficas y establecer conexiones con el mundo real.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones son un tema importante para modelar de diversos fenómenos, como la trayectoria de objetos, los problemas de optimización en negocios y economía, y los patrones naturales como la forma de los puentes parabólicos o las antenas satelitales.

EJEMPLO DE PREGUNTA

¿Cuáles son las coordenadas del vértice de la parábola cuya ecuación es $y = 2x^2 + 4x - 5$?

Si representas la ecuación cuadrática como $ax^2 + bx + c$, entonces, la coordenada *x* del vértice es $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(2)} = -1$.

Entonces, la coordenada *y* del vértice es $2(-1)^2 + 4(-1) - 5 = -7$.

Por lo tanto, el vértice está en $(-1, -7)$.

TÉRMINOS CLAVE

- forma estandarizada/ general de una ecuación cuadrática [standard form of a quadratic equation]
- forma factorizada de una ecuación cuadrática [factored form of a quadratic equation]
- forma de vértice de una ecuación cuadrática [vertex form of a quadratic equation]
- concavidad de una parábola [concavity of a parabola]
- fórmula cuadrática [quadratic formula]
- el número *i* [the number *i*]
- ceros imaginarios [imaginary zeros]
- raíces imaginarias [imaginary roots]
- números complejos [complex numbers]
- parte real de un número complejo [real part of a complex number]
- parte imaginaria de un número complejo [imaginary part of a complex number]
- números imaginarios [imaginary numbers]
- número imaginario puro [pure imaginary number]
- Teorema fundamental del álgebra [Fundamental Theorem of Algebra]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

La **fórmula cuadrática** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ puede ser utilizada para calcular las soluciones de cualquier ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, dónde a, b, y c representen números reales y $a \neq 0$.

El número *i* es un número tal que $i^2 = -1$.

El **Teorema fundamental de álgebra** establece que cualquier ecuación polinómica de grado n debe tener exactamente n raíces o soluciones complejas; además, toda función polinómica de grado n debe tener exactamente n ceros complejos. Sin embargo, cualquier raíz o cero puede ser una raíz múltiple o cero.

La ecuación polinómica $x^5 + x^2 - 6 = 0$ tiene 5 raíces complejas porque el polinomio $x^5 + x^2 - 6$ tiene un grado de 5.

En la **Lección 1: Formas de ecuaciones cuadráticas**, los estudiantes repasan la forma estandarizada, la forma factorizada y la forma de vértice de una ecuación cuadrática. Reescriben ecuaciones cuadráticas en diferentes formas e identifican atributos clave de las ecuaciones cuadráticas.

Formas de cuadráticas

Forma estandarizada de una ecuación cuadrática	**Forma factorizada de una ecuación cuadrática**	**Forma de vértice de una ecuación cuadrática**
Una ecuación cuadrática escrita en la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a $\neq 0$ está en su forma estandarizada o forma general. La ecuación $f(x) = x^2 - 10x + 1$ está escrita en forma estandarizada.	Una ecuación cuadrática escrita en forma factorizada está en la forma $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, dónde $a \neq 0$. La ecuación $h(x) = x^2 - 8x + 12$ escrita en forma factorizada es $h(x) = (x - 6)(x - 2)$.	Una ecuación cuadrática escrita en forma de vértice está en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, donde $a \neq 0$. La ecuación cuadrática $y = 2(x - 5)^2 + 10$ está escrita en forma de vértice. El vértice de la gráfica es el punto (5, 10).

En la **Lección 2: Escribir ecuaciones cuadráticas**, los estudiantes escriben ecuaciones para representar una ecuación cuadrática que pasa por puntos específicos.

Escribir una ecuación cuadrática única

Puedes escribir una ecuación cuadrática única dados un vértice y un punto en la parábola.

Por ejemplo, considera una parábola con vértice (5, 2) que pasa por el punto (4, 9).

Sustituye los valores dados en la forma de vértice de la ecuación y resuelve para encontrar a.

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-h)^2 + k \\ 9 &= a(4-5)^2 + 2 \\ 9 &= a(-1)^2 + 2 \\ 9 &= 1a + 2 \\ 7 &= a \end{aligned}$$

Por último, sustituye el valor de a en la ecuación.

$$f(x) = 7(x-5)^2 + 2$$

También puedes escribir una ecuación cuadrática única dadas las raíces y un punto en la parábola.

Por ejemplo, considera una parábola con raíces en (−2, 0) y (4, 0) que pasa por el punto (1, 6).

Sustituye los valores dados en la forma de vértice de la ecuación y resuelve para encontrar a.

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-r_1)(x-r_2) \\ 6 &= a(1+2)(1-4) \\ 6 &= a(3)(-3) \\ 6 &= -9a \\ -\frac{2}{3} &= a \end{aligned}$$

Por último, sustituye el valor de a en la ecuación.

$$f(x) = -\frac{2}{3}(x+2)(x-4)$$

Puedes determinar algebraicamente una ecuación cuadrática única, dados tres puntos de referencia. Sustituye los valores x y y de cada punto en la forma estandarizada, $y = ax^2 + bx + c$ para crear un sistema de tres ecuaciones. Después, utiliza la eliminación y la sustitución para resolver a, b y c.

En la **Lección 3: Resolver ecuaciones cuadráticas**, los estudiantes resuelven ecuaciones cuadráticas con soluciones reales utilizando la factorización, completando el cuadrado y la fórmula cuadrática.

Resolver ecuaciones cuadráticas

Los estudiantes utilizarán tres formas mayores para resolver las ecuaciones cuadráticas dependiendo de la situación o el formato de una pregunta.

Resolver por factorización

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (x-3)=0 & \text{o} & (x-1)=0 \\ x-3+3=0+3 & \text{o} & x-1+1=0+1 \\ x=3 & \text{o} & x=1 \end{array}$$

Resolver completando el cuadrado

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$
$$x^2 - 4x + 2 - 2 = 0 - 2$$
$$x^2 - 4x = -2$$
$$x^2 - 4x + ? = -2 + ?$$
$$x^2 - 4x + 4 = -2 + 4$$
$$x^2 - 4x + 4 = 2$$
$$(x - 2)^2 = 2$$

Una vez que la ecuación está en esta forma de vértice, los estudiantes la pueden resolver utilizando raíces cuadradas.

$$\sqrt{(x-2)^2} = \pm\sqrt{2}$$
$$x - 2 = \pm\sqrt{2}$$
$$x - 2 = \sqrt{2} \text{ y } x - 2 = -\sqrt{2}$$
$$x = 2 + \sqrt{2} \text{ y } x = 2 - \sqrt{2}$$
$$x \approx 3.41 \text{ y } x \approx 0.59$$

Resolver por fórmula cuadrática

La **fórmula cuadrática**, $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, puede ser utilizada para calcular cualquier ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b y c representan números reales y $a \neq 0$.

Por ejemplo, dada la ecuación $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$ puedes identificar los valores de a, b y c.

$$a = 2; b = -4; c = -3$$

Después, puedes utilizar la fórmula cuadrática para resolverla.

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4}$$
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4}$$
$$x \approx \frac{4 + 6.325}{4} \approx 2.581 \quad \text{o} \quad x \approx \frac{4 - 6.325}{4} \approx -0.581$$

Las raíces son $x \approx 2.581$ y $x \approx -0.581$.

En la **Lección 4: Números imaginarios y complejos**, los estudiantes aprenden que, para calcular la raíz cuadrada de cualquier número real, debe existir alguna forma de calcular la raíz cuadrada de un número negativo. Es decir, debe haber un número tal que elevado al cuadrado es igual a un número negativo. Por esta razón, los matemáticos definen lo que se conoce como **el número *i***. El número i es un número tal que $i^2 = -1$.

Reescribir expresiones con números complejos

Por ejemplo, puedes reescribir la expresión $\sqrt{-25}$ usando i.

Factoriza -1. $\sqrt{-25} = \sqrt{(-1)(25)}$

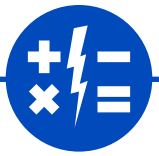
Reescribe la expresión radical. $= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{25}$

Aplica la raíz cuadrada en $\sqrt{25}$. $= 5\sqrt{-1}$

Reescribe $\sqrt{-1}$ como i. $= 5i$

Así, $\sqrt{-25}$ se puede reescribir como $5i$.

Las funciones y las ecuaciones que tienen soluciones imaginarias tienen **raíces imaginarias** o **ceros imaginarios** que son las soluciones.



Matemáticas en el mundo real

¿Has visto alguna vez el arco de un lanzamiento de baloncesto en el aire? Ese swoosh perfecto sigue una parábola, una trayectoria formada por una ecuación cuadrática. Los ingenieros recurren a las ecuaciones cuadráticas para diseñar cosas como antenas satelitales y puentes colgantes, ya que sus curvas son increíblemente resistentes y eficientes. Incluso en los negocios, las empresas las utilizan para maximizar ganancias o minimizar costos, porque, seamos sinceros, ¡a todos nos gusta tener más dinero! Las ecuaciones cuadráticas incluso se cuelan en los videojuegos cuando se calculan saltos o movimientos en motores de física. Así que, la próxima vez que veas algo volar, doblarse u optimizarse, recuerda: ¡son las matemáticas haciendo magia detrás de bastidores!

Guía para la familia

TEMA 2 Aplicaciones de las funciones cuadráticas



Aplicaciones de las funciones cuadráticas les proporciona a los estudiantes la oportunidad de profundizar en lo que han aprendido sobre las ecuaciones cuadráticas en Álgebra I y en este curso. Los estudiantes modelan y resuelven desigualdades cuadráticas. A partir de ahí, los estudiantes modelan y resuelven sistemas de ecuaciones cuadráticas y lineales. Se les presenta a los estudiantes una situación del mundo real y utilizan estrategias conocidas para ajustar una ecuación de regresión cuadrática.

¿Dónde hemos estado?

En Álgebra I, los estudiantes adquieren experiencia con múltiples representaciones de ecuación lineales, exponenciales y cuadráticas. Este tema sirve como una oportunidad para que los estudiantes profundicen en lo que ya saben sobre las ecuaciones cuadráticas y se preparen para la forma en que utilizarán este conocimiento a lo largo del resto del curso.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema es fundamental para preparar a los estudiantes para explorar funciones más complejas, lo que incluye identificar las atributos clave, usar ecuaciones para resolver valores desconocidos, analizar representaciones gráficas y establecer conexiones con el mundo real.

TEMAS DE DISCUSIÓN

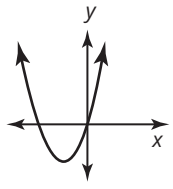
COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las ecuaciones cuadráticas son un tema importante que hay que conocer para modelar fenómenos del mundo real como el movimiento de proyectiles y el diseño de puentes colgantes.

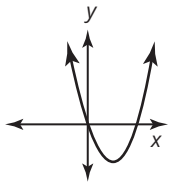
EJEMPLO DE PREGUNTA

Si $p = 0$ y $q < 0$, entonces ¿cuál muestra la gráfica de $f(x) = (x - p)(x - q)$?

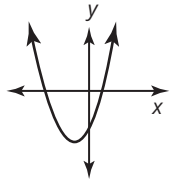
A.



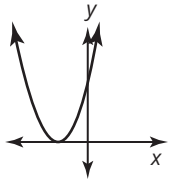
B.



C.



D.



La función cruza el eje x en p y q. Como $p = 0$ y q es negativo, la función cruza el eje x en $x = 0$ y en algún valor negativo de x. La opción A, entonces, es la gráfica correcta.

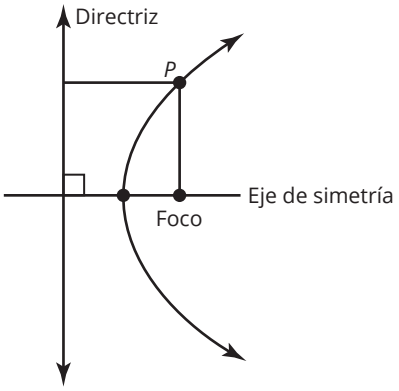
TÉRMINOS CLAVE

- notación de intervalo [interval notation]
- función de regresión [regression function]
- coeficiente de determinación [coefficient of determination]
- parábola [parabola]
- foco [focus]
- directriz [directrix]
- vértice de una parábola [vertex of a parabola]
- forma geométrica de una parábola [geometric form of a parabola]

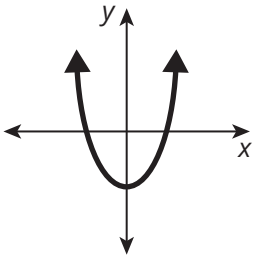
Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

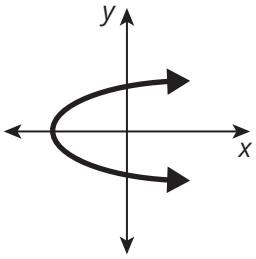
Una **parábola** es el conjunto de todos los puntos en un plano que están equidistantes de un *foco* y una *directriz*. El **foco** es un punto que se encuentra adentro de la parábola en el eje de simetría. La **directriz** es una recta que es perpendicular al eje de simetría y que está afuera de la parábola y no interseca la parábola.



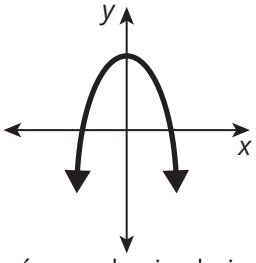
La concavidad de una parábola describe la orientación de la curvatura de la parábola.



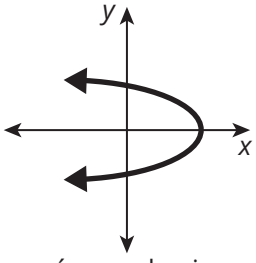
cóncava hacia arriba



cóncava hacia la derecha



cóncava hacia abajo



cóncava hacia la izquierda

En la **Lección 1: Resolver desigualdades cuadráticas**, los estudiantes grafican y resuelven desigualdades cuadráticas.

Resolver desigualdades cuadráticas

Considera la desigualdad $x^2 - 4x + 3 < 0$.

Escribe la ecuación cuadrática correspondiente.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

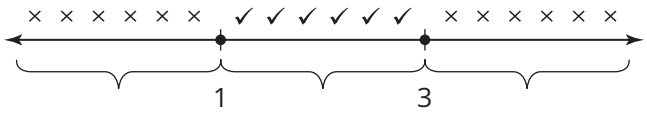
Calcula las raíces de la ecuación cuadrática utilizando un método adecuado.

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$
$$(x - 3) = 0 \text{ o } (x - 1) = 0$$
$$x = 3 \text{ o } \quad x = 1$$

Marca las raíces para dividir la recta numérica en tres regiones.



Escoge un valor de cada intervalo para probar en la desigualdad original. Identifica el conjunto de soluciones como los intervalos donde tu valor de prueba cumple con los requisitos de la desigualdad.



Intervalo 1	Intervalo 2	Intervalo 3
Prueba $x = 0$	Prueba $x = 2$	Prueba $x = 4$
$0^2 - 4(0) + 3 < 0$	$2^2 - 4(2) + 3 < 0$	$4^2 - 4(4) + 3 < 0$
$3 < 0$ ×	$4 - 8 + 3 < 0$	$16 - 16 + 3 < 0$
	$-1 < 0$ ✓	$3 < 0$ ×

El intervalo 2 satisface la desigualdad original, por lo que la solución incluye todos los números entre 1 y 3. Puedes escribir el conjunto de soluciones utilizando **notación de intervalos** o desigualdades. Solución: $x \in (1, 3)$, o $1 < x < 3$.

En la **Lección 2: Sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas**, los estudiantes representan situaciones del mundo real con un sistema de ecuaciones compuesto por una ecuación lineal y una ecuación cuadrática. Los estudiantes resuelven el sistema de forma gráfica y algebraica.

Resolver un sistema de ecuaciones lineales y cuadráticas

La gráfica de una ecuación lineal y la gráfica de una ecuación cuadrática pueden intersecarse en dos puntos, en un punto o en ninguno.

El método para determinar la solución o soluciones de un sistema que involucra una ecuación cuadrática y una ecuación lineal es semejante a resolver un sistema de dos ecuaciones lineales. En primer lugar, sustituye una ecuación por la otra. Después, resuelve la ecuación resultante para x y calcula los valores correspondientes para y. Estos valores representan los puntos de intersección. Finalmente, grafica cada ecuación del sistema para verificar los puntos de intersección.

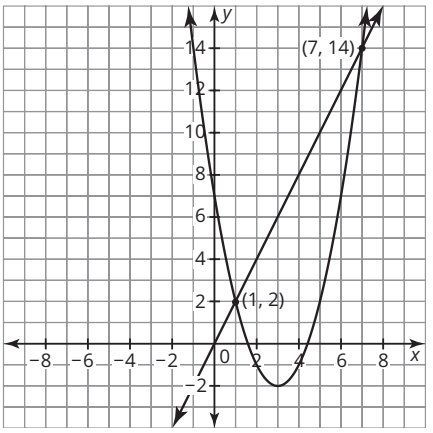
CC BY NC

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$2x = x^2 - 6x + 7$$
$$0 = x^2 - 8x + 7$$
$$0 = (x - 7)(x - 1)$$

$x - 7 = 0$ $\quad$ $x - 1 = 0$
$x = 7$ $\quad$ $x = 1$
$y = 2(7)$ $\quad$ $y = 2(1)$
$y = 14$ $\quad$ $y = 2$

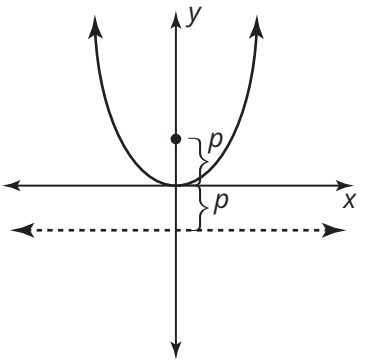
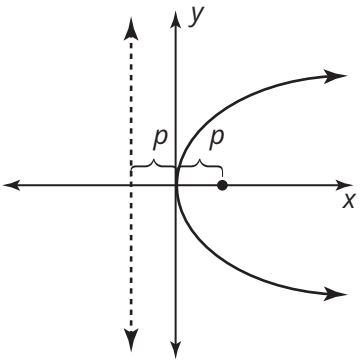
El sistema tiene dos soluciones: (7, 14) y (1, 2).



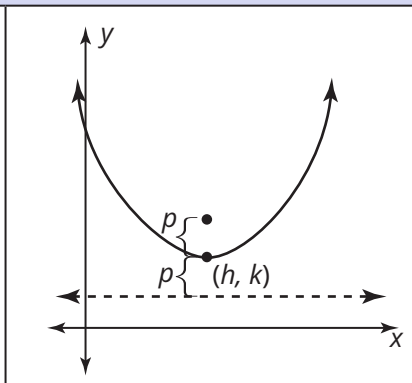
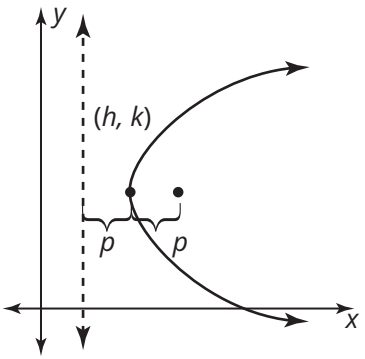
En la **Lección 4: Ecuación de una parábola**, los estudiantes exploran la forma geométrica de una parábola.

Forma geométrica de una parábola

La forma **geométrica de una parábola con vértice** en el origen es una ecuación de la forma $x^2 = 4py$ o $y^2 = 4px$, donde p representa la distancia del vértice al foco.

Parábola (vértice en el origen)		
Gráfica		
Ecuación de la parábola	$x^2 = 4py$	$y^2 = 4px$
Orientación de la parábola	vertical	horizontal
Eje de simetría	eje y	eje x
Coordenadas del vértice	(0, 0)	(0, 0)
Coordenadas del foco	$(0, p)$	$(p, 0)$
Ecuación de la directriz	$y = p$	$x = p$
Concavidad	¿hacia arriba o hacia abajo?	¿derecha o izquierda?

Las formas geométricas de las parábolas con un vértice en (h, k) son $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ y $(y - k)^2 = 4p(x - h)$.

Parábola (Vértice en (h, k))		
Gráfica		
Ecuación de la parábola	$(x - h)^2 = 4p(y - k)$	$(y - k)^2 = 4p(x - h)$
Orientación de la parábola	vertical	horizontal
Eje de simetría	$x = h$	$y = k$
Coordenadas del vértice	(h, k)	(h, k)
Coordenadas del foco	$(h, k + p)$	$(h + p, k)$
Ecuación de la directriz	$y = k - p$	$x = h - p$
Concavidad	¿hacia arriba o hacia abajo?	¿derecha o izquierda?

Matemáticas en el mundo real

Tu cuerpo es una increíble red de sistemas que trabajan juntos para mantener la salud y sostener la vida, y comprender estos sistemas es fundamental para carreras en ciencias de la salud y medicina. Por ejemplo, en el sistema cardiovascular, los profesionales de la salud utilizan sistemas de ecuaciones para calcular el gasto cardíaco, las tasas de flujo sanguíneo y la presión arterial para diagnosticar afecciones cardíacas. En la terapia respiratoria, los sistemas de ecuaciones ayudan a analizar el intercambio de oxígeno y la capacidad pulmonar para tratar enfermedades como el asma o la neumonía. El sistema endocrino depende de ecuaciones para monitorear los niveles hormonales, como el equilibrio de insulina y glucosa, lo cual es fundamental para el manejo de la diabetes. En las imágenes médica, como las radiografías y las resonancias magnéticas, los sistemas de ecuaciones se utilizan para crear imágenes precisas de los sistemas óseo y muscular, ayudando a los profesionales de la salud a detectar fracturas o daños en los tejidos. Estos ejemplos muestran cómo la comprensión de los sistemas —partes interconectadas que trabajan para lograr una función específica— desempeña un papel fundamental en las carreras de ciencias de la salud, desde el diagnóstico hasta el tratamiento. ¿Por qué crees que estos sistemas se llaman "sistemas" y de qué manera su interconexión podría ayudarte a resolver desafíos de salud en el mundo real?

MÓDULO
3

Analizar estructuras

TEMA 1 Componer y descomponer funciones. 27

TEMA 2 Atributos de las funciones cúbicas 33

TEMA 3 Relacionar factores y ceros 37

CC BY NC

TEMA 1 Componer y descomponer funciones



Este tema da a conocer a los estudiantes el concepto de desarrollar funciones nuevas en el plano de coordenadas operando o trasladando funciones. Los estudiantes, familiarizados con las funciones de traslación y dilatación por una constante, exploran las funciones de grado más alto que resultan al trasladar y dilatar las funciones por cantidades no constantes. Después de construir funciones a partir de factores lineales y cuadráticos, los estudiantes descomponen funciones.

¿Dónde hemos estado?

Desde 8.º grado, los estudiantes han estudiado los atributos clave de las funciones lineales, incluyendo las intersecciones con los ejes x y y, así como la pendiente. En Álgebra I, los estudiantes analizaron las gráficas de funciones lineales y ecuaciones cuadráticas y aprendieron que las intersecciones con el eje x de una gráfica son los ceros de la ecuación. Han usado los factores lineales de una ecuación cuadrática para demostrar la propiedad de producto cero y han usado esta propiedad para resolver las ecuaciones cuadráticas.

¿Hacia dónde vamos?

En los próximos temas de este curso, los estudiantes continuarán analizando la estructura de las funciones polinómicas. Comprender los ceros de manera gráfica sienta las bases para entender y resolver los ceros algebraicamente, y la conexión con las representaciones gráficas de las funciones ayuda a los estudiantes a factorizar polinomios utilizando la división larga y la división sintética.

TEMAS DE DISCUSIÓN

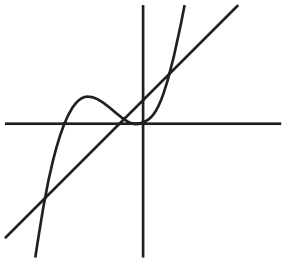
COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones cúbicas son un tema importante para modelar relaciones complejas, como la dinámica de vehículos, la optimización y el crecimiento en áreas como la física, la ingeniería, la economía y los gráficos por computadora.

EJEMPLO DE PREGUNTA

La gráfica de una función cúbica y la gráfica de $y = x + 1$ en el plano xy, ¿se pueden intersecar en cuántos puntos como máximo?

Puedes visualizar la función lineal y una función cúbica como se muestra:



Hay tres puntos de intersección a lo sumo.

TÉRMINOS CLAVE

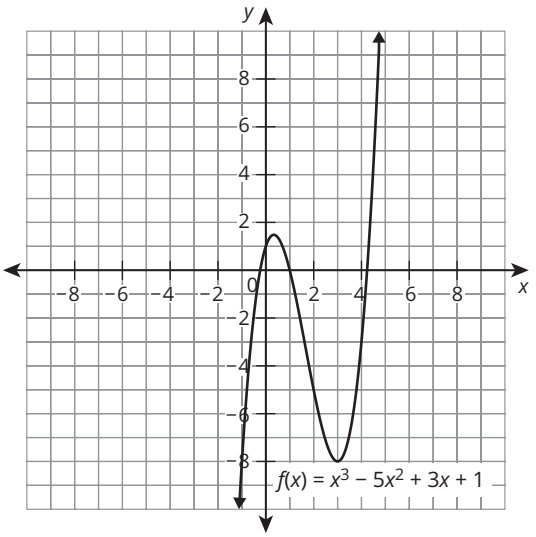
- función cúbica [cubic function]
- máximo relativo [relative maximum]
- mínimo relativo [relative minimum]
- multiplicidad [multiplicity]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

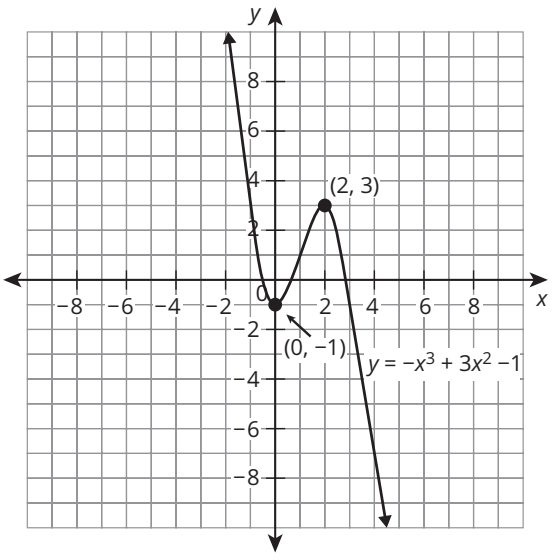
Una **función cúbica** es una función que se puede escribir en la forma estandarizada $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ donde $a \neq 0$.

La función $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ es una función cúbica.



Un **máximo relativo** es el punto más alto en una sección específica de una gráfica.

Un **mínimo relativo** es el punto más bajo en una sección particular de una gráfica.



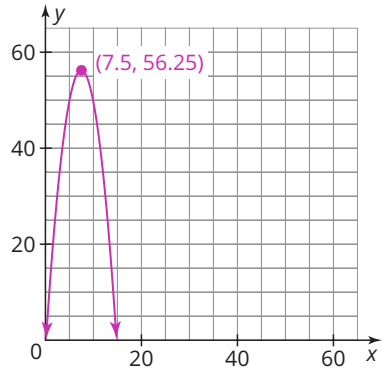
La gráfica tiene un máximo relativo en (2, 3).

La gráfica tiene un mínimo relativo en (0, −1).

En este tema, los estudiantes conocen las funciones cúbicas y descubren cómo se crean a partir de funciones que ya conocen. En la **Lección 1: Elaboración de modelos con funciones**, los estudiantes exploran cómo una ecuación cuadrática puede modelar el área. Los estudiantes relacionaron los factores de la ecuación cuadrática con los atributos clave de su gráfica.

Elaborar modelos del área con una ecuación cuadrática

Por ejemplo, considera una situación en la que Jasmine desea un corral rectangular para su conejo utilizando un pedazo de malla metálica plegable. Ella tiene una longitud total de 30 pies de alambre de malla y quiere determinar el área máxima para el corral.



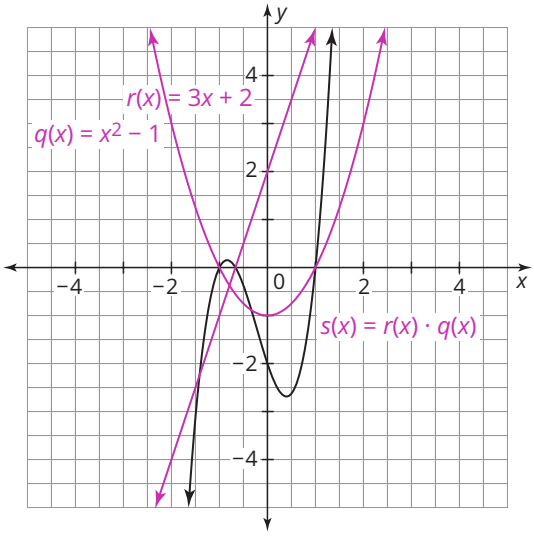
La función $A(w) = w(15 - w)$, o $A(w) = -w^2 + 15w$, representa el área del corral donde w representa el ancho del corral.

La gráfica de la función tiene el vértice en (7.5, 56.25). Esto significa que el área máxima que puede tener el corral es 56.25 pies cuadrados cuando el ancho del corral es 7.5 pies.

En la **Lección 2: Transformar las formas de las funciones,** los estudiantes consideran el efecto de transformar funciones por factores no constantes.

Dilatar una ecuación cuadrática al multiplicarla por una función lineal

Cuando se dilata verticalmente una ecuación cuadrática al multiplicar la función por una función lineal que no es una función constante, la función resultante es una función de tercer grado.

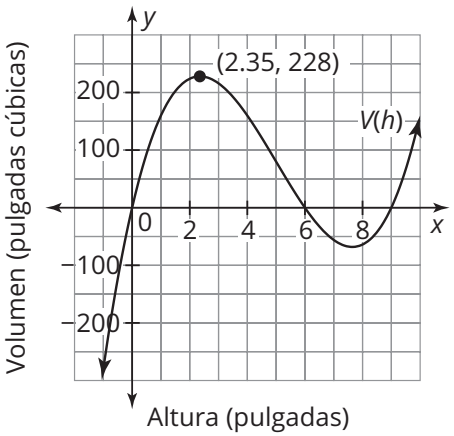


Por ejemplo, considera las gráficas de $q(x) = x^2 - 1$, $r(x) = 3x + 2$, y $s(x) = r(x) \cdot q(x)$. En este caso, el valor a en $s(x)$ representa la dilatación vertical de $q(x)$ es $r(x)$, o $(3x + 2)$.

Dado que $s(x)$ es una dilatación vertical de $q(x)$ por una función lineal, $r(x)$, la función resultante es una función de tercer grado. Escrita en forma de ecuación, $s(x) = (3x + 2)(x^2 - 1)$, o $s(x) = 3x^3 + 2x^2 - 3x - 2$.

La función $s(x)$ comparte ceros con $q(x)$ y con $r(x)$.

En la **Lección 3: Explorar las funciones cúbicas,** los estudiantes son introducidos formalmente a las funciones cúbicas investigando el volumen de una jardinera.

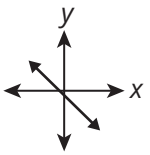


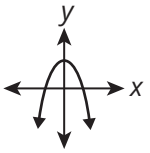
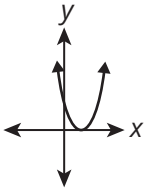
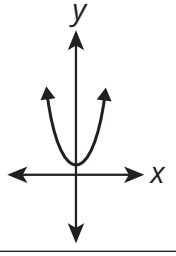
Elaboración de modelos con una función cúbica

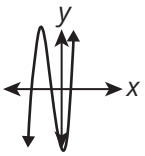
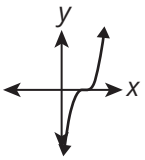
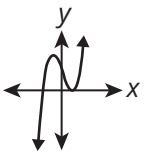
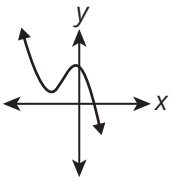
La función $V(h) = h(12 - 2h)(18 - 2h)$ representa el volumen de una jardinera con altura de h. Se muestra la gráfica de la función. La función tiene un máximo relativo en (2.35, 228) y un mínimo relativo en (7.65, −68.16). El máximo relativo se puede interpretar en el contexto de la situación. Una altura de 2.35 pulgadas producirá un prisma con un volumen máximo de 228 pulgadas cúbicas.

En la **Lección 4: Descomponer funciones cúbicas,** los estudiantes investigan la multiplicidad de los ceros de una función polinómica. Los estudiantes utilizan estos ceros, con multiplicidad, para mostrar las descomposiciones de ecuaciones cuadráticas y funciones cúbicas en sus factores lineales y cuadráticos

La **multiplicidad** es cuántas veces un número particular es un cero para una función dada. Puedes utilizar la multiplicidad de un cero para determinar la forma de una gráfica.

Función lineal	
Ceros	**Gráfica**
1 real	

Ecuación cuadrática	
Ceros	**Gráfica**
2 reales distintos	
1 real (multiplicidad 2)	
2 imaginarios	

Función cúbica	
Ceros	Gráfica
3 reales distintos	
1 real (multiplicidad de 3)	
1 real (multiplicidad de 1) 1 real (multiplicidad de 2)	
1 real 2 imaginarios	

Matemáticas en el mundo real

Los costos de una empresa no siempre aumentan en línea recta. A veces crecen rápidamente, luego se desaceleran y después vuelven a acelerar a medida que la producción aumenta. Aquí es donde entra en juego la función cúbica de costos: se trata de un modelo que utiliza una ecuación cúbica de la forma $C(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ para mostrar la relación entre el número de artículos producidos (salida) y el costo total de producción.

Cada parte de la ecuación cuenta una historia:

- La d representa los costos fijos, como el alquiler o el equipamiento, que pagas independientemente de lo mucho (o poco) que produzcas.
- El término cx muestra los costos variables, como el precio de los ingredientes o los salarios, que crecen de forma constante a medida que se produce más.
- El bx^2 capta cómo las economías de escala pueden hacer que la producción sea más eficiente durante un tiempo, reduciendo la tasa de crecimiento global de los costos.
- El ax^3 muestra cómo las ineficiencias, como fábricas abarrotadas o equipos con exceso de trabajo, pueden hacer que los costos aumenten bruscamente cuando la producción es demasiado elevada.

Esta función es muy útil porque no solo muestra los costos, sino que ayuda a las empresas a tomar decisiones. Por ejemplo, pueden utilizarla para encontrar el "punto óptimo" en el que la producción sea eficiente sin ser excesivamente cara.

TEMA 3 Relacionar factores y ceros



En este tema, los estudiantes realizan operaciones con expresiones polinómicas. Se introduce el teorema del factor y se utiliza para determinar si una expresión lineal es un factor de una función polinómica. Después, los estudiantes hacen la división larga de polinomios, y el teorema del residuo se establece y se utiliza para responder preguntas que involucren la división de polinomios con residuos. Además, se introducen métodos de factorización de polinomios, incluyendo el uso del teorema de las raíces racionales para identificar posibles raíces.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes ya han factorizado expresiones matemáticas desde la escuela primaria. En Álgebra I, los estudiantes profundizaron este conjunto de destrezas a la factorización de ecuaciones polinómicas de grado 2 para aislar los atributos clave de las funciones representadas por dichas ecuaciones. Los estudiantes pueden dibujar la gráfica de un polinomio e identificar sus atributos clave. Dada una función polinómica, los estudiantes pueden identificar el número de ceros; dada su gráfica, pueden identificar si las raíces son reales o imaginarias y si son distintas o tienen diferentes grados de multiplicidad.

¿Hacia dónde vamos?

Al relacionar los factores y los ceros de los polinomios, los estudiantes generalizan y amplían sus procesos para resolver ecuaciones y desigualdades cuadráticas. El proceso de factorización será necesario a medida que los estudiantes reescriban expresiones racionales e identifiquen asíntotas. Estas destrezas también se aplican en el cálculo para resolver ecuaciones diferenciales.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

La factorización es un tema importante que hay que conocer para resolver problemas del mundo real, como la optimización de procesos empresariales y la simplificación de cálculos complejos en la ingeniería.

EJEMPLO DE PREGUNTA

¿Para cuál valor de la constante p la división $\frac{6x^4 + 2x^2 - 8x - p}{x + 2}$ no tiene residuo?

Cuando usas la división larga para dividir los polinomios, puedes ver que el cociente es $6x^3 - 12x^2 + 26x - 60$ con un residuo de $-p + 120$.

Por lo tanto, el cociente no tendrá residuo solo si p tiene un valor de 120.

TÉRMINOS CLAVE

- teorema del factor [factor theorem]
- división (larga) de polinomios [polynomial long division]
- teorema del residuo
- división sintética [synthetic division]
- teorema de la raíz racional [rational root theorem]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

El **teorema del factor** establece que un polinomio es divisible por $(x - r)$ si el valor del polinomio en r es cero.

El polinomio $x^3 - 2x^2 + 2x - 1$ es divisible entre $x - 1$ porque $(1)^3 - 2(1)^2 + 2(1) - 1 = 0$.

El **teorema del residuo** establece que el residuo cuando se divide un polinomio entre $(x - r)$ es el valor del polinomio en r.

El valor del polinomio $x^2 + 5x + 2$ en 1 es $(1)^2 + 5(1) + 2 = 8$. Entonces, el residuo cuando $x^2 + 5x + 2$ se divide entre $x - 1$ es 8.

$$\begin{array}{r} x + 6 \\ x - 1 \overline{)\, x^2 + 5x + 2} \\ \underline{x^2 - x} \\ 6x + 2 \\ \underline{6x - 6} \\ 8 \end{array}$$

En la **Lección 1: Suma, resta y multiplicación de polinomios,** los estudiantes realizan operaciones con polinomios de orden superior.

Uso de una tabla de multiplicar para multiplicar polinomios

Puedes utilizar una tabla de multiplicar para multiplicar polinomios de orden superior.

Determina el producto $(4x^3 - 2x^2 + 3x - 1)(2x^4 - x^2 + 4x)$.

Paso 1: Utiliza una tabla de multiplicar para determinar el producto de los factores.

·	$4x^3$	$-2x^2$	$3x$	-1
$2x^4$	$8x^7$	$-4x^6$	$6x^5$	$-2x^4$
$-x^2$	$-4x^5$	$2x^4$	$-3x^3$	x^2
$4x$	$16x^4$	$-8x^3$	$12x^2$	$-4x$

Paso 2: Combina términos semejantes.

$(4x^3 - 2x^2 + 3x - 1)(2x^4 - x^2 + 4x)$

$= 8x^7 - 4x^6 + 2x^5 + 16x^4 - 11x^3 + 13x^2 - 4x$

En la **Lección 2: Factorizar polinomios para identificar ceros,** los estudiantes extienden lo que han aprendido sobre la factorización de expresiones cuadráticas a expresiones polinómicas.

Factorización por agrupación

En polinomios de 4 términos, puedes observar que aunque no todos los términos comparten un factor común, los pares de términos pueden compartir un factor común. En esta situación, puedes *factorizar por agrupación*.

Por ejemplo, considera el polinomio $x^3 + 3x^2 - x - 3$.

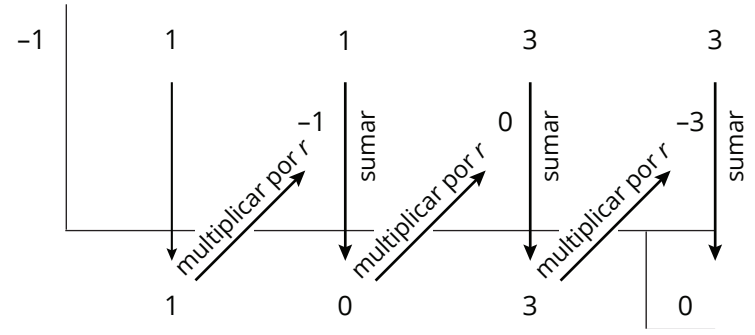
$(x^3 + 3x^2) + (-x - 3)$	Divide el polinomio en dos grupos.
$x^2(x + 3) - 1(x + 3)$	Encuentra el factor común de cada grupo.
$(x^2 - 1)(x + 3)$	Reagrupa los factores.
$(x - 1)(x + 1)(x + 3)$	Factoriza el primer grupo utilizando la diferencia de cuadrados perfectos.

La forma factorizada de $x^3 + 3x^2 - x - 3$ es $(x - 1)(x + 1)(x + 3)$.

En la **Lección 3: División de polinomios,** los estudiantes profundizan su comprensión de la división de polinomios para incluir polinomios de orden superior.

División de polinomios

Dos métodos para dividir polinomios son la división larga y la **división sintética**. La división larga es muy parecida al método que utilizan los estudiantes en grados anteriores para dividir números grandes. La división sintética solo funciona con divisores lineales de la forma $(x - r)$.

<table>
<tr><th>División larga</th><th>División sintética</th></tr>
<tr><td>
$$\begin{array}{r} x^2 + 0x + 3 \\ x + 1 \overline{)\, x^3 + x^2 + 3x + 3} \\ \underline{-(x^3 + x^2)} \\ 0x^2 + 3x \\ \underline{-(0x^2 + 0x)} \\ 3x + 3 \\ \underline{-(3x + 3)} \\ 0 \end{array}$$
</td><td>
$r = -1$


</td></tr>
<tr><td colspan="2">$(x^3 + x^2 + 3x + 3) \div (x + 1) = (x^2 + 3)$</td></tr>
</table>

Matemáticas en el mundo real

En economía, las empresas utilizan ecuaciones polinómicas para analizar la oferta y la demanda. Al sumar, restar o multiplicar polinomios, pueden predecir cómo los cambios en los precios o la producción afectarán las ganancias y el comportamiento del consumidor. El análisis de costos es otra área en la que los polinomios destacan: las empresas los utilizan para calcular los costos totales, optimizar las estrategias de precios y determinar la forma más eficiente de producir bienes. ¡Las matemáticas nos ayudan a tomar decisiones más inteligentes en el mundo real!

Pero no se trata solo de economía. Los polinomios pueden ayudarte a entender patrones en tecnología, ciencia y diseño. Por ejemplo, se utilizan en gráficos por computadora para crear animaciones realistas en tus películas y juegos favoritos. También ayudan a diseñar carreteras, predecir el movimiento de objetos, optimizar materiales para edificios y calcular trayectorias en deportes. Dominar las operaciones polinómicas no se trata solo de resolver problemas matemáticos, sino de descifrar el mundo y desbloquear el poder para moldearlo.

En la **Lección 4: Teorema de la raíz racional,** los estudiantes siguen profundizando en sus estrategias para factorizar polinomios. Los estudiantes utilizan el teorema de las raíces racionales para identificar todas las raíces posibles de un polinomio.

Utilizar el teorema de la raíz racional

El teorema de la raíz racional afirma que una raíz racional de un polinomio $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0 x^0$ con coeficientes enteros será de la forma $\frac{p}{q}$ donde p es un factor del término constante a_0 y q es un factor del coeficiente principal a_n.

Dado el siguiente polinomio: $3x^2 + 2x - 6$

$p = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$q = \pm 1, \pm 3$

Las posibles raíces racionales son $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm\frac{1}{3}$ y $\pm\frac{2}{3}$.

Guía para la familia

MÓDULO 3 Analizar estructuras **Álgebra II**

TEMA 2 Atributos de las funciones cúbicas

Este tema comienza con un estudio de las funciones potenciales de la forma $P(x) = ax^n$. Después, se presentan las transformaciones de las funciones cúbicas a los estudiantes. Los estudiantes construyen funciones cúbicas tanto de manera gráfica como algebraica y después cierran el tema analizando las funciones cúbicas y aplicando las funciones cúbicas a situaciones del mundo real. En todo momento, los estudiantes utilizan sus conocimientos previos sobre las funciones atributos y transformaciones para generalizar a funciones cúbicas.



¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes tienen amplia experiencia analizando funciones no lineales, como las ecuaciones cuadráticas y las funciones de valor absoluto, identificando sus atributos clave y graficando sus transformaciones. Los estudiantes han construido funciones a partir de otras funciones. Los estudiantes han manipulado y resuelto ecuaciones lineales, cuadráticas y de valor absoluto.

¿Hacia dónde vamos?

Los estudiantes trabajarán estrechamente con las ecuaciones y funciones polinómicas en los siguientes dos temas. Las funciones polinómicas se utilizan en todas las ciencias y en ingeniería para representar situaciones complejas del mundo real y los conjuntos de datos.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones polinómicas desempeñan un papel crucial en campos como los gráficos por ordenador, la ingeniería y el diseño de puentes, y constituyen la base de tecnologías avanzadas y estructuras modernas. Los empresarios también los utilizan para modelar tasas de crecimiento y predecir sus ingresos mensuales.

PREGUNTAS A REALIZAR

La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, donde a, b, c, y d son constantes, se representa gráficamente en el plano de coordenadas. ¿Cuáles afirmaciones sobre la gráfica de $f(x)$ deben ser siempre ciertas?

A. La gráfica de $f(x)$ tiene exactamente un máximo relativo y un mínimo relativo.

B. La gráfica de $f(x)$ cruza el eje x al menos una vez.

C. La gráfica de $f(x)$ tiene como máximo tres intersecciones con el eje x.

D. La gráfica de $f(x)$ es simétrica con respecto al eje y.

La respuesta correcta es C. Las demás afirmaciones pueden ser ciertas pero no lo son para todos los valores de a, b, c y d.

TÉRMINOS CLAVE

- función potencial
- simétrico respecto a una línea/recta [symmetric about a line]
- simétrico respecto a un punto [symmetric about a point]
- función polinomial/ polinómica [polynomial function]
- máximo absoluto [absolute maximum]
- mínimo absoluto [absolute minimum]
- extremos [extrema]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

En este material, una **función potencial** es una función de la forma $P(x) = ax^n$ donde n es un número entero no negativo.

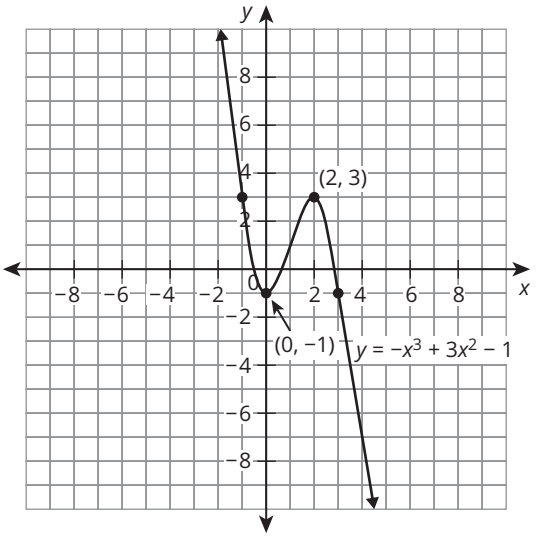
Las funciones $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, y $f(x) = x^3$ son funciones potenciales.

Una **función polinómica** es una función que puede escribirse de la forma $p(x) = \square x^n + \square x^{n-1} + \ldots + \square x^2 + \square x + \square$, donde los coeficientes, representados por cada $\square$, son números complejos y los exponentes son enteros no negativos.

La función $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + x + 1$ es una función polinómica.

Los **extremos** son el conjunto de todos los máximos relativos, mínimos relativos, máximos absolutos y mínimos absolutos de una gráfica.

Esta gráfica tiene 2 extremos, un máximo relativo en (2, 3) y un mínimo relativo en (0, −1).

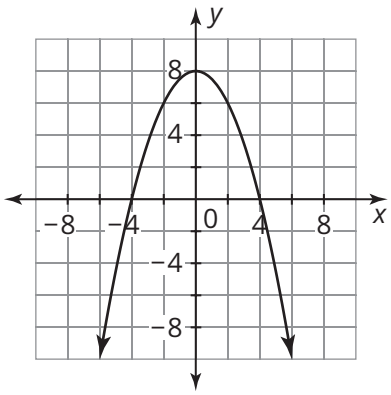


En la **Lección 1: Funciones simétricas,** los estudiantes exploran las funciones de potencia y su simetría.

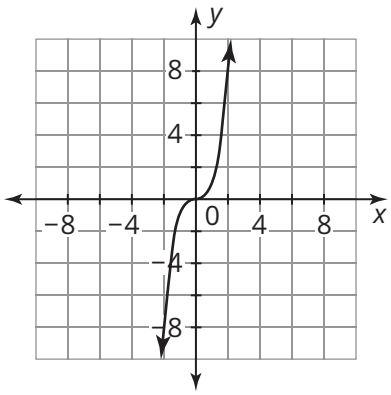
Identificar simetrías

Si una gráfica es simétrica respecto al eje *y*, entonces $f(x) = f(-x)$. Si una función es simétrica respecto al origen, entonces $f(x) = -f(-x)$.

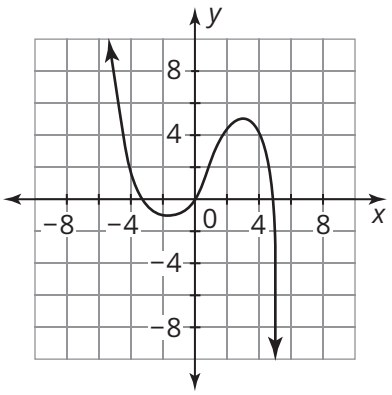
Por ejemplo, considera las funciones que se muestran.



La función es simétrica respecto al eje *y*.



La función simétrica respecto al origen.



La función no es simétrica.

En la **Lección 2: Transformaciones de funciones cúbicas,** los estudiantes exploran las transformaciones de funciones polinómicas antes de centrarse específicamente en la transformación de funciones cúbicas.

Transformación de polinomios

Los estudiantes han transformado ecuaciones lineales, cuadráticas y de valor absoluto utilizando la forma de función de transformación $g(x) = af(b(x - c)) + d$. El mismo concepto se aplica a las funciones cúbicas.

Forma de la función	Información de la ecuación	Descripción de la transformación de la gráfica
$y = af(x)$	$\lvert a\rvert > 1$	estiramiento vertical de la gráfica por un factor de unidades de a
	$0 < \lvert a\rvert < 1$	compresión vertical de la gráfica por un factor de unidades de a
	$a < 0$	reflexión a través del eje x
$y = f(bx)$	$\lvert b\rvert > 1$	comprimida verticalmente por un factor de $\frac{1}{\lvert b\rvert}$
	$0 < \lvert b\rvert < 1$	estirada horizontalmente por un factor de $\frac{1}{\lvert b\rvert}$
	$b < 0$	reflexión a través del eje y
$y = f(x - c)$	$c > 0$	cambio horizontal derecho de unidades c
	$c < 0$	cambio horizontal izquierdo de unidades c
$y = f(x) + d$	$d > 0$	cambio vertical hacia arriba de unidades d
	$d < 0$	cambio vertical hacia abajo de unidades d

CC BY NC

Matemáticas en el mundo real

Los niños suelen parecerse a sus padres debido a la herencia de los genes que se transmiten de los padres a la descendencia. Estos genes, que se encuentran en hebras específicas de ADN, son un código biológico que, junto con las condiciones ambientales, determinan los rasgos físicos y conductuales de los organismos. Del mismo modo, en matemáticas, los polinomios tienen rasgos "heredados" que nos ayudan a predecir su comportamiento. Así como los científicos pueden hacer predicciones sobre los rasgos de la descendencia basándose en la información genética y las condiciones ambientales de la descendencia, podemos predecir la gráfica y los atributos clave de un polinomio al comprender sus componentes, como su grado, coeficientes y término principal.

Esta comparación entre la genética y los polinomios es una excelente manera de entender cómo los patrones y las estructuras influyen en los resultados, ya sea en la ciencia o en las matemáticas. Al igual que los genes influyen en los rasgos de los seres vivos, los "rasgos" de un polinomio conforman su gráfico y su comportamiento. También muestra cómo las matemáticas están conectadas con el mundo real, especialmente con lo que estás aprendiendo en tus clases de salud y ciencias. Tanto si estudias cómo se transmiten los rasgos en biología como si analizas las tendencias de los datos en ciencias de la salud, reconocer estos patrones te ayuda a ver cómo las matemáticas y la ciencia trabajan juntas.

En la **Lección 3: Atributos claves de las funciones cúbicas,** los estudiantes exploran cómo pueden utilizar los atributos clave de una función, como el número de extremos, el valor *a* y las intersecciones para dibujar la gráfica de una función.

Atributos clave de las funciones cúbicas

Los atributos clave son una lista de rasgos repetidos que conforman diferentes funciones que los estudiantes deben saber identificar en una gráfica o una función. Saber qué son y cómo identificarlas ayudará a los estudiantes a tener éxito en módulos posteriores con tipos nuevos de funciones.

Atributos clave que se deben conocer	
• Dominio • Rango • Intersecciones • Multiplicidad	• Valores máximos/mínimos/ extremos • Intervalos de crecimiento y disminución • Coeficiente líder (positivo o negativo) • Comportamiento simétrico (si lo hay)

MÓDULO
4

Extender más allá de los polinomios

TEMA 1 Funciones racionales 43

TEMA 2 Funciones radicales 49

TEMA 3 Ecuaciones radicales 55

CC BY NC

Guía para la familia

MÓDULO 4 Extender más allá de los polinomios **Álgebra II**

TEMA 1 Funciones racionales



Para comenzar este tema, los estudiantes exploran y comparan las gráficas, tablas y valores de una función lineal, $f(x) = x$, y su función recíproca, $g(x) = \frac{1}{x}$. Se definen las funciones racionales. Después, los estudiantes exploran las transformaciones de las funciones racionales. Se introducen las operaciones con expresiones racionales, seguidas de la resolución de problemas. Durante esto, los estudiantes crean proporciones, escriben expresiones racionales, describen el comportamiento de las razones en las proporciones, identifican el dominio y el rango y calculan costos promedios.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes han estado trabajando con números racionales desde la escuela primaria. Tienen un amplio conocimiento de los comportamientos y las características de las funciones para aplicarlo al análisis de las funciones racionales.

¿Hacia dónde vamos?

A medida que los estudiantes experimentan en la lección final de este tema, las funciones racionales se aplican de forma útil en muchas situaciones del mundo real que involucren mezclas, distancias y costos. En precálculo, los estudiantes estudiarán funciones racionales más complejas a medida que exploran más a fondo las discontinuidades y las funciones racionales compuestas por polinomios de mayor orden tanto en el numerador como en el denominador.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones racionales se utilizan mucho en las aplicaciones de modelos econométricos para el análisis y la predicción. Las funciones racionales también tienen aplicaciones en la resolución de imágenes y la acústica.

EJEMPLO DE PREGUNTA

Suma la expresión $\frac{x}{2x+4} + \frac{x}{x+2}$.

Determina un mínimo común denominador (MCD):

$2x + 4 = 2(x + 2)$, por lo que el MCD $2(x + 2)$.

Multiplica la segunda fracción por $\frac{2}{2}$, lo que es lo mismo que multiplicarla por 1, y reescribe la cantidad como:

$$\frac{x}{2(x+2)} + \frac{2x}{2(x+2)} = \frac{3x}{2(x+2)}$$

La expresión dada es igual a $\frac{3x}{2x+4}$.

TÉRMINOS CLAVE

- función racional [rational function]
- asíntota vertical [vertical asymptote]
- notación de conjuntos
- asíntota horizontal [horizontal asymptote]
- función de variación inversa [inverse variation function]
- ecuación racional [rational equation]

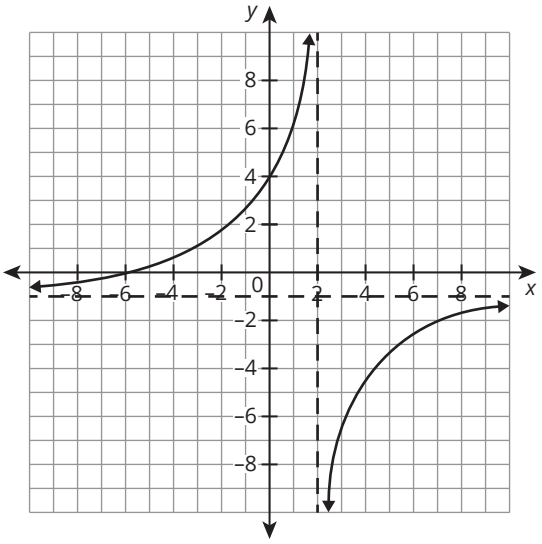
Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

Una **asíntota vertical** es una recta vertical a la que una función se acerca cada vez más, pero que nunca interseca. La asíntota no representa puntos en la gráfica de la función. Representa el valor al que se acerca la gráfica.

Una **asíntota horizontal** es una recta horizontal a la que una función se acerca más y más. En la mayoría de los casos, una gráfica nunca interseca una asíntota horizontal, pero en algunos casos lo hace.

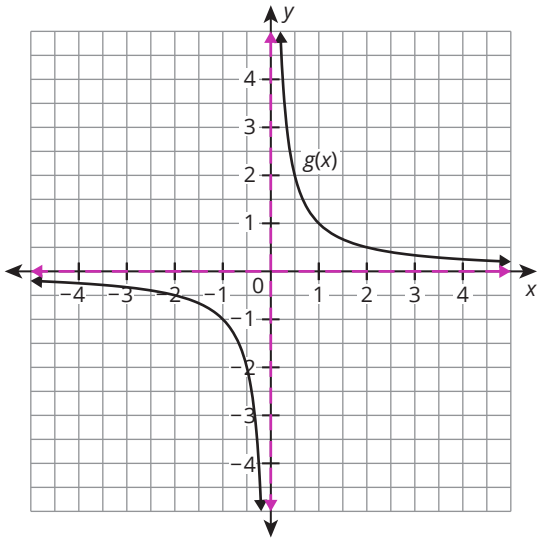
La gráfica tiene dos asíntotas: una asíntota vertical $x = 2$ y una asíntota horizontal $y = -1$.



En la **Lección 1: Introducción a las funciones racionales,** los estudiantes exploran la función racional padre. También resuelven problemas del mundo real representados por funciones racionales.

Funciones racionales

Una función racional es cualquier función que pueda escribirse como la razón de dos funciones polinómicas. Una función racional se puede escribir en la forma $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son funciones polinómicas y $Q(x) \neq 0$. Son similares a las funciones exponenciales en que pueden tener asíntotas horizontales, que afectan al dominio de la función. Sin embargo, también pueden tener asíntotas verticales, que afectan al rango de la función.



En la **Lección 2: Transformaciones de funciones racionales,** los estudiantes aplican lo que saben sobre transformación de funciones a la familia de las funciones racionales.

Para una función racional, la forma de función de transformación se puede escribir como:

$$r(x) = a\left(\frac{1}{b(x-c)}\right) + d$$

Por ejemplo, $g(x) = \frac{1}{x} - 1 + 2$ se puede crear transformando la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ una unidad hacia la derecha y dos unidades hacia arriba.

En la **Lección 3: Explorar las asíntotas**, los estudiantes exploran más a fondo el efecto que tienen las transformaciones en las asíntotas de las funciones racionales. También reescriben funciones racionales para determinar la ubicación de las asíntotas verticales.

Identificación de asíntotas verticales

Las asíntotas verticales se producen en valores de x que hacen que el denominador de la función racional sea igual a cero. A veces se necesita el álgebra para ayudar a identificar las asíntotas verticales.

$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 8}$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$x = -4, x = 2$$

Existen asíntotas verticales en $x = -4$ y $x = 2$

En la **Lección 4: Operaciones con expresiones racionales**, los estudiantes suman, restan, multiplican y dividen funciones racionales. Utilizan estos conocimientos en la **Lección 5: Resolución de problemas con ecuaciones racionales** para resolver ecuaciones racionales.

Sidonie

$\frac{6}{x2 - 4x} + \frac{4}{x} = \frac{2}{x - 4}$

$\frac{6}{x(x - 4)} + \frac{4}{x} = \frac{2}{x - 4}$

$x \neq 0, 4$

$(x(x - 4)) \cdot \left[\frac{6}{x^2 - 4x} + \frac{4}{x} = \frac{2}{x - 4}\right]$

$6 + 4(x - 4) = 2x$

$6 + 4x - 16 = 2x$

$4x - 10 = 2x$

$2x = 10$

$x = 5$

Ecuaciones racionales

Una ecuación racional es una ecuación que contiene una o más expresiones racionales. Los estudiantes utilizarán diferentes métodos para resolver ecuaciones dependiendo de las operaciones usadas en el problema. Generalmente los estudiantes necesitarán destrezas aprendidas previamente, como factorizar polinomios, encontrar denominadores comunes y usar razonamiento proporcional para resolver las ecuaciones que encuentran.

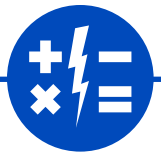
En la **Lección 6: Resolución de problemas de trabajo, mezcla, distancia y costos,** los estudiantes resuelven problemas del mundo real que implican ecuaciones racionales.

Las ecuaciones racionales se usan en muchos tipos de problemas relacionados con el trabajo, las mezclas, los costos y las distancias. Los estudiantes crearán tablas para ayudar a construir ecuaciones que representen diferentes situaciones. Abajo hay un ejemplo de un problema de mezcla establecido con una tabla.

Manuel está tomando un curso de química en la universidad y pasa parte de su tiempo en el laboratorio de química.

Está realizando un experimento para el que necesita solución salina al 2 %. Sin embargo, todo lo que puede encontrar en el laboratorio son 120 mililitros (ml) de solución salina al 10 %. Calcula la cantidad de agua que Manuel necesitaría agregar a los 120 ml de solución salina al 10 % para hacer una solución salina al 2 %.

	Líquido	**% de sal**	**Cantidad de sal**
Agua	x	0	0
Solución al 10 %	120	10	$0.10(120) = 12$
Solución al 2 %	$120 + x$	2	$0.02(120 + x)$



Matemáticas en el mundo real

Imagina que tienes una bolsa de frituras y la compartes con tus amigos. Cuantos más amigos invites, menos frituras le tocan a cada persona; este es un ejemplo clásico de una función racional. ¡Este tipo de relación se ve en todas partes! Cuando caminas más rápido, te toma menos tiempo llegar a algún lugar. Cuando más personas trabajan juntas en un proyecto, se termina más rápido.

Al diseñar circuitos, los ingenieros necesitan controlar la relación entre voltaje, corriente y resistencia. La función que modela cómo fluye la corriente a través de un circuito a menudo tiene la forma de una función racional. Esto permite a los ingenieros predecir cómo interactuarán los diferentes componentes, asegurando que dispositivos como tu teléfono o computadora funcionen de manera eficiente sin sobrecalentarse ni hacer un cortocircuito. ¡Ya sea que repartas bocadillos, dividas las tareas del hogar o cargues los dispositivos, ¡las funciones racionales nos ayudan a representar muchas situaciones del mundo real!

Guía para la familia

MÓDULO 4 Extender más allá de los polinomios **Álgebra II**

TEMA 2 Funciones radicales



Este tema presenta oportunidades para que los estudiantes exploren las funciones radicales. Con papel encerado, los estudiantes cambian los ejes *x* e *y* de las funciones potenciales y generan sus inversas, a la vez que reconocen que están transponiendo los ejes cuando invierten una función. Después, los estudiantes transforman la raíz cuadrada y las funciones cúbicas. Finalmente, los estudiantes utilizan la composición de funciones para determinar si dos funciones son inversas la una de la otra.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes tienen experiencia con la reflexión de funciones a través de la recta $y = x$ para determinar una inversa gráficamente y la transposición de *x* e *y* en una ecuación para determinar una inversa algebraicamente. Los estudiantes han explorado las funciones potenciales y tienen una amplia experiencia con la transformación de la forma de la función y descubriendo cómo el cambio de los diferentes valores afecta a la gráfica de la función.

¿Hacia dónde vamos?

Los estudiantes utilizarán sus conocimientos sobre las inversas de funciones a lo largo del siguiente módulo. Explorarán las inversas de las funciones exponenciales, lo que es una introducción para las funciones logarítmicas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones son importantes en física para modelar fenómenos que implican tasas de cambio, como la relación entre la velocidad y la distancia de frenado o la intensidad de una onda a medida que disminuye con la distancia.

EJEMPLO DE PREGUNTA

Supongamos que $g(x) = x^2 - 5$. Si $f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 4}$, **¿qué es $f(x)$?**

La expresión entera $x^2 - 5$ es la entrada de la función *f*, y la salida es $\sqrt{x^2 + 4}$. Entonces, ¿qué le hace *f* a la entrada para producir la salida?

Si sumas 9 a $x^2 - 5$, y después tomas la raíz cuadrada de eso, obtienes la salida correcta, por lo que la función *f* suma 9 y toma la raíz cuadrada de su entrada.

Así, $f(x) = \sqrt{x + 9}$.

TÉRMINOS CLAVE

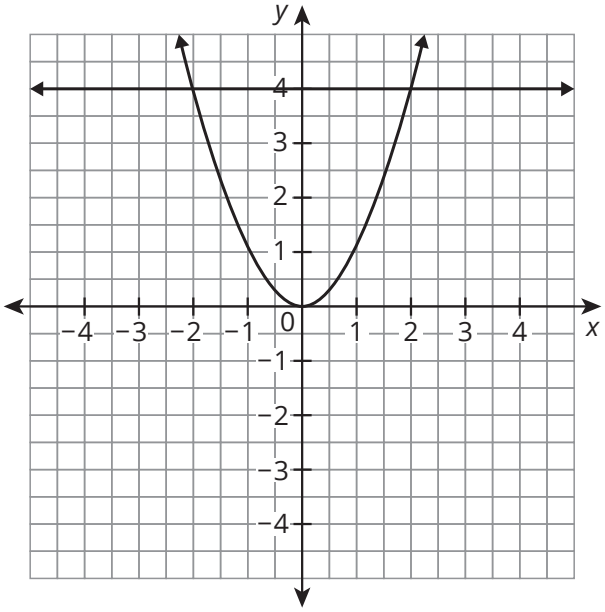
- función invertible [invertible function]
- Prueba de recta horizontal
- función de raíz cuadrada
- restringir el dominio [restrict the domain]
- función raíz cúbica [cube root function]
- función radical [radical function]
- composición de funciones [composition of functions]
- función de identidad

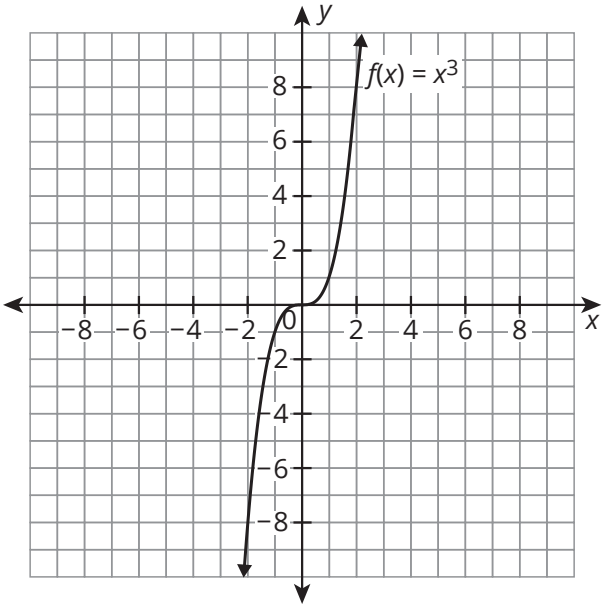
Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

La **Prueba de la recta horizontal** es una prueba para determinar si es una función uno a uno. Para usar la prueba, imagina dibujar todas las rectas horizontales posibles en el plano de coordenadas. Si ninguna recta horizontal interseca la gráfica de una función en más de un punto, la función es uno a uno.

La función $y = x^2$ no pasa la prueba de la recta horizontal porque una recta horizontal se puede dibujar de manera que interseque la gráfica en más de un punto. Por lo tanto, la función no es uno a uno.





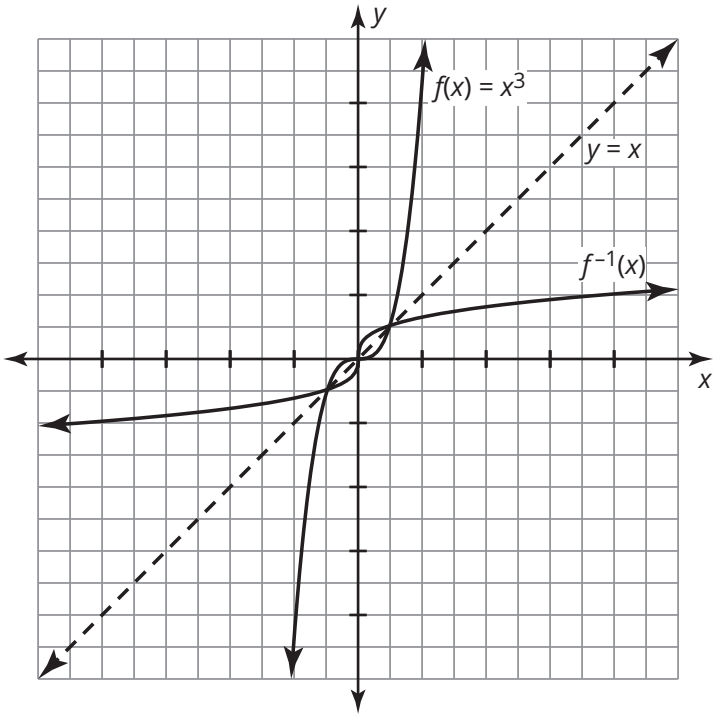
Una **función invertible** es una función cuya inversa existe. Es una función uno a uno y pasa la prueba de la recta horizontal, por lo que su inversa también será una función.

La gráfica de $f(x) = x^3$ es una función invertible porque es uno a uno y pasa la prueba de la recta horizontal. Por lo tanto, la inversa también será una función.

En la **Lección 1: Inversas de funciones potenciales**, los estudiantes aplican lo que saben sobre funciones inversas del Módulo 1 para determinar las inversas de las funciones potenciales.

Funciones invertibles

Una función f es el conjunto de todos los pares ordenados (x, y), o $(x, f(x))$, donde para cada valor de x hay un solo un valor de y o de $f(x)$. La inversa de una función es el conjunto de todos los pares ordenados (y, x), o $(f(x), x)$.



Por ejemplo, la gráfica muestra $f(x) = x^3$ y su inversa, $f^{-1}(x)$.

Si la inversa de una función f también es una función, entonces f es una **función invertible** y su inversa se escribe como $f^{-1}(x)$.

En la **Lección 2: Funciones radicales**, los estudiantes siguen investigando las funciones potenciales y sus inversas. Se les presentan las funciones de raíz cuadrada y raíz cúbica.

Para determinar la ecuación de la inversa de una función potencial, puedes cambiar el orden de x e y en la ecuación y resolver y. Por ejemplo, considera la función $y = x^3$. Determina la inversa de la función.

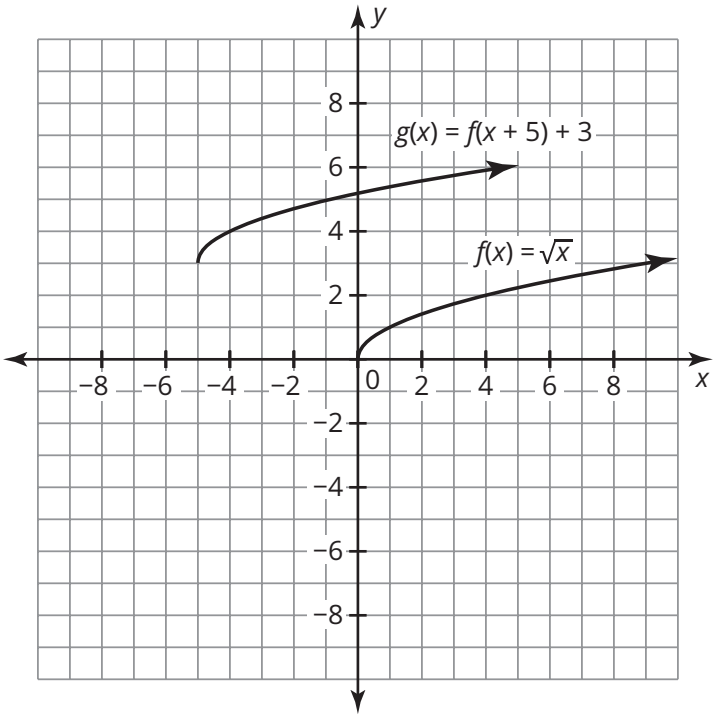
$$y = x^3$$
$$x = y^3$$
$$\sqrt[3]{x} = y$$

La ecuación para la inversa de la función $y = x^3$ es $y = \sqrt[3]{x}$. Esta función se denomina **función de raíz cúbica**.

La función $f(x) = x^2$ no cumple con la prueba de la recta horizontal. Por lo tanto, no es una función invertible. Cuando **restringes el dominio** de la función potencial $f(x) = x^2$ a valores mayores que o iguales a 0, a la inversa de la función se lo conoce como **función de raíz cuadrada** y se escribe de la siguiente manera:

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x}, \text{ para } x \geq 0$$

En la **Lección 3: Transformaciones de funciones radicales**, los estudiantes transforman funciones de raíz cúbica y raíz cuadrada.



Para la función de raíz cuadrada y la función de raíz cúbica respectivamente, la forma de la función de transformación puede escribirse como $s(x) = a\sqrt{b(x - c)} + d$ o $c(x) = a\sqrt[3]{b(x - c)} + d$. Las transformaciones que ocurren fuera del radical desplazan la función hacia la derecha o la izquierda. Las transformaciones que ocurren fuera del radical desplazan la función hacia arriba o abajo.

Por ejemplo, considera la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$ y su transformación representada por la ecuación $g(x) = f(x + 5) + 3$.

El dominio de $f(x)$ es $[0, \infty)$.
El rango de $f(x)$ es $[0, \infty)$.

El rango de $g(x)$ es $[3, \infty)$.
El dominio de $g(x)$ es $[-5, \infty)$.

En la **Lección 4: Composición de funciones**, los estudiantes componen funciones para determinar si son inversas.

Dos funciones f y g son inversas entre sí si las funciones compuestas $(f \cdot g)(x)$ y $(g \cdot f)(x)$ dan ambas la **función de identidad**. Es decir, $(f \cdot g)(x) = x$ y $(g \cdot f)(x) = x$.

Utiliza la composición de funciones para determinar si las funciones $q(x) = \sqrt{x - 1}$ y $h(x) = x^2 + 1, x \geq 0$, son inversas entre sí.

$(q \cdot h)(x) = q(h(x))$
$= q(x^2 + 1)$
$= \sqrt{(x^2 + 1) - 1}$
$= \sqrt{x^2}$
$= x$

$(h \cdot q)(x) = h(q(x))$
$= h(\sqrt{x - 1})$
$= (\sqrt{x - 1})^2 + 1$
$= (x - 1) + 1$
$= x$

Las funciones $q(x) = \sqrt{x - 1}$ y $h(x) = x^2 + 1, x \geq 0$, son inversas entre sí, porque $(q \cdot h)(x) = x$ y $(h \cdot q)(x) = x$.

Matemáticas en el mundo real

Las funciones radicales son importantes cuando se trata del sonido, la luz y las ondas. ¿Te has fijado alguna vez en cómo la música que sale de un altavoz suena a todo volumen de cerca, pero se va apagando a medida que te alejas? Esto se debe a que la intensidad del sonido disminuye con la raíz cuadrada de la distancia desde la fuente. Lo mismo sucede con la luz: piensa en cómo el haz de una linterna se atenúa a medida que viaja más lejos. Comprender estas relaciones ayuda a los científicos a diseñar mejores sistemas de audio, linternas más brillantes e incluso láseres de alta tecnología.

Las funciones radicales también desempeñan un papel importante en el campo de la medicina, especialmente en la imagenología diagnóstica y los tratamientos. Por ejemplo, cuando los médicos utilizan rayos X o radioterapia, la intensidad de la radiación disminuye con el cuadrado de la distancia desde la fuente. Al comprender esta relación, los profesionales de la salud pueden dirigir el tratamiento de manera segura y limitar la exposición a los tejidos sanos. Además, la función renal suele analizarse mediante ecuaciones que involucran raíces cuadradas para medir qué tan bien el cuerpo filtra los desechos. Sin las funciones radicales, avances médicos como estos no serían tan efectivos para ayudar a los médicos a diagnosticar y tratar a los pacientes.

Guía para la familia

MÓDULO 4 Extender más allá de los polinomios **Álgebra II**

TEMA 3 Ecuaciones radicales

En este tema, los estudiantes exploran expresiones y ecuaciones radicales ahora que conocen las funciones radicales. Suman, restan, multiplican y dividen expresiones radicales. Después, los estudiantes resuelven ecuaciones en las que intervienen radicales y exponentes racionales. Por último, los estudiantes escriben ecuaciones de raíz cuadrada dada una tabla de valores.



¿Dónde hemos estado?

Desde 6.º grado, los estudiantes han estado resolviendo ecuaciones utilizando las propiedades de la igualdad. En este curso, ellos profundizan sus destrezas sobre este tema resolviendo ecuaciones radicales. En Álgebra I, los estudiantes aprendieron a escribir exponentes fraccionarios como radicales y a extraer cuadrados perfectos de los radicandos.

¿Hacia dónde vamos?

Los estudiantes aplicarán sus conocimientos de resolución de ecuaciones radicales en clases adicionales de matemáticas y ciencias como cálculo, física y química. El aprendizaje de las ecuaciones radicales les proporciona a los estudiantes destrezas de resolución de problemas necesarias para modelar muchas aplicaciones del mundo real.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las ecuaciones radicales son un tema importante que hay que conocer para resolver problemas del mundo real que impliquen mediciones, como el cálculo de distancias, velocidades o áreas en las que surgen naturalmente raíces cuadradas, como en ingeniería, física y proyectos de construcción

EJEMPLO DE PREGUNTA

Resuelve la ecuación: $\sqrt{x+4} = 2$.

Eleva al cuadrado ambos lados de la ecuación.:
$(\sqrt{x+4})^2 = 2^2$

Esto se simplifica a $x + 4 = 4$ o $x = 0$.

Comprueba si hay soluciones extrañas: $\sqrt{0+4} = 2$ ✓

La solución es $x = 0$.

TÉRMINO CLAVE

- solución extraña [extraneous solution]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

Elevar ambos lados de una ecuación a una potencia puede introducir una *solución extraña*, por lo que es importante que compruebes tu respuesta.

Las **soluciones extrañas** son soluciones que resultan del proceso de resolver una ecuación, pero no son soluciones válidas para la ecuación.

En la **Lección 1: Reescritura de expresiones radicales**, los estudiantes suman, restan, multiplican, dividen y simplifican expresiones radicales.

Extracción de raíces

Puedes extraer raíces para reescribir radicales, utilizando radicales o potencias.

Por ejemplo, puedes extraer las raíces de $\sqrt[3]{8x^6}$ para reescribir la expresión utilizando radicales y utilizando potencias.

Utilizar radicales

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{8x^6} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot x^6} \\ &= \sqrt[3]{2^3 \cdot (x^2)^3} \\ &= \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{(x^2)^3} \\ &= 2x^2\end{aligned}$$

Utilizar potencias

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{8x^6} &= (8x^6)^{\frac{1}{3}} \\ &= (2^3 \cdot x^6)^{\frac{1}{3}} \\ &= 2^{\frac{3}{3}} \cdot x^{\frac{6}{3}} \\ &= 2^1 \cdot x^2 \\ &= 2x^2\end{aligned}$$

En la **Lección 2: Modelar con funciones radicales**, los estudiantes resuelven ecuaciones de raíz cuadrada y raíz cúbica dentro y fuera de contexto.

Escribir una función inversa

Big Ben es el sobrenombre que se le da a una famosa torre del reloj en Londres, Inglaterra, que tiene una altura de 316 pies. El reloj es impulsado por un péndulo de 660 libras en la torre que oscila continuamente de un lado a otro. La relación entre la longitud del péndulo L en pies y el tiempo que le lleva a un péndulo oscilar de un lado a otro una vez, o su período T, está representada por la ecuación

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$. Si el período del péndulo es de 4 segundos, encuentra el valor de L.

$$4 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$$

$$\frac{4}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{32}}$$

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{L}{32}}\right)^2$$

$$\frac{4}{\pi^2} = \frac{L}{32}$$

$$4 \cdot 32 = \pi^2 \cdot L$$

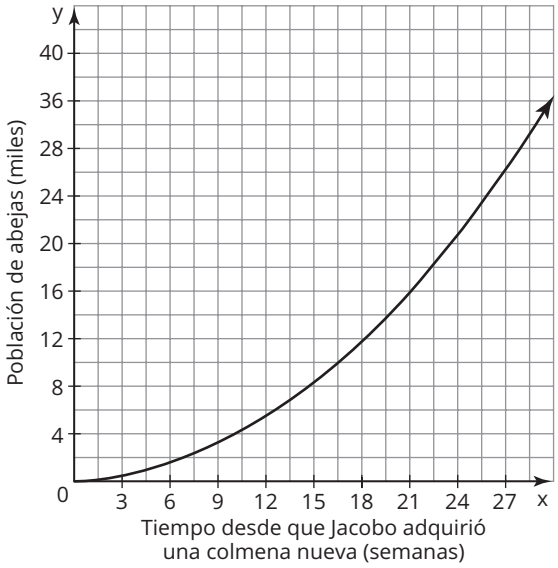
$$L = \frac{128}{\pi^2} \approx 12.97$$

El péndulo tiene una longitud aproximada de 12.97 pies.

En la **Lección 3: Elaboración de modelos con radicales**, los estudiantes utilizan lo que han aprendido sobre funciones inversas para escribir funciones de raíz cuadrada cuando se les da una tabla de valores.

Escribir una ecuación inversa

Jacobo tiene una nueva colmena. Registra el número de abejas en la colmena después de x semanas y utiliza la tecnología gráfica para escribir una ecuación que represente el número de abejas en la colmena. La función de regresión $b(x) = 36x^2$ representa los datos se muestra en el gráfico.



Escribe la función inversa $b^{-1}(x)$ para crear una función que determine el número de semanas dada la población de abejas.

$$y = 36x^2 \rightarrow x = 36y^2$$

$$\frac{x}{36} = y^2$$

$$\sqrt{\frac{x}{36}} = \sqrt{y^2}$$

$$\pm\frac{\sqrt{x}}{6} = y$$

$$b^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x}}{6}$$

Matemáticas en el mundo real

Imagina que estás diseñando el próximo gran parque de patinaje, completo con rampas, medios tubos y caídas. ¿Cómo calculas la curva perfecta para lanzar a un patinador por el aire y lograr que aterrice suavemente sin caerse? Las ecuaciones radicales te ayudan a hacer precisamente eso, modelando la relación entre altura, distancia y velocidad. Las ecuaciones radicales también son fundamentales en física para medir cuánto tiempo tardan los objetos en caer o recorrer cierta distancia, ayudando en todo, desde paracaidistas hasta drones para que funcionen como se espera. Incluso aparecen en pruebas de vehículos, donde los ingenieros las utilizan para calcular distancias de frenado y optimizar la velocidad de los autos.

¡Pero no termina ahí! Las ecuaciones radicales también son esenciales en la ciencia y la tecnología. Los químicos las utilizan para comprender las velocidades de reacción, como la rapidez con la que un medicamento se disuelve en el cuerpo. Los ecologistas las emplean para modelar poblaciones de vida silvestre en ecosistemas cambiantes, prediciendo cómo una especie podría crecer o disminuir. Incluso tus dispositivos favoritos dependen de estas ecuaciones: el procesamiento de señales para Wi-Fi, servicio celular y sistemas de sonido a menudo involucra raíces cuadradas y radicales para que todo funcione sin problemas. ¡Así que, ya sea que estés patinando, explorando la naturaleza o charlando con un amigo por teléfono, las ecuaciones radicales están trabajando silenciosamente tras bastidores!

MÓDULO 5

Explorar exponenciales y logaritmos

TEMA 1 Funciones exponenciales y logarítmicas 63

TEMA 2 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas 69

CC BY NC

TEMA 1 Funciones exponenciales y logarítmicas

Los estudiantes empiezan este tema creando gráficas exponenciales utilizando su conocimiento previo de secuencias geométricas. Escriben funciones exponenciales de crecimiento y decaimiento dadas características especificadas y transforman funciones exponenciales. Las funciones logarítmicas se presentan como el inverso de las funciones exponenciales. Los estudiantes exploran los atributos clave de las funciones logarítmicas y transforman funciones logarítmicas.



¿Dónde hemos estado?

En Álgebra I, los estudiantes analizaron las funciones exponenciales, incluidos sus atributos clave. También han investigado las funciones inversas en módulos anteriores. Aunque no estén familiarizados con la constante *e*, los estudiantes tienen experiencia con los números irracionales, incluyendo algunas raíces cuadradas y π.

¿Hacia dónde vamos?

Los estudiantes utilizarán la intuición que obtengan al estudiar las gráficas de las funciones logarítmicas en el siguiente tema para analizar las ecuaciones logarítmicas y utilizar las funciones logarítmicas en situaciones. Como se mostrará en las situaciones de estos temas, las funciones logarítmicas tienen numerosas aplicaciones en astronomía, medicina, mecánica, física y sismología.

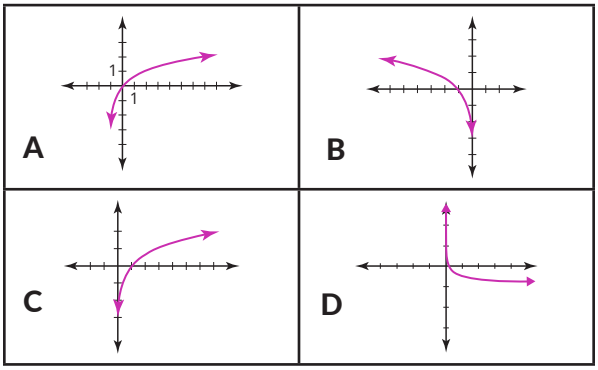
TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones exponenciales son un tema importante que hay que conocer para medir el crecimiento de la población, calcular el interés compuesto y medir el decaimiento radiactivo.

ESTE ES UN EJEMPLO DE PREGUNTA

Identifica la gráfica de $f(x) = -\ln(x)$.



La función $f(x) = -\ln(x)$ es una reflexión de la función $f(x) = \ln(x)$ a través del eje *x*.
La opción D es correcta.

TÉRMINOS CLAVE

- vida media
- base natural e [natural base e]
- logaritmo [logarithm]
- función logarítmica [logarithmic function]
- logaritmo común/ decimal [common logarithm]
- logaritmo natural [natural logarithm]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

La base natural *e* es un número irracional igual a aproximadamente 2.71828.
$e^2 \approx 2.7183^2 \approx 7.3892$

Un logaritmo común es un logaritmo con una base de 10. Por lo general, los logaritmos comunes se escriben sin base.

Las expresiones log (*2x*) y log *x* son ejemplos de logaritmos comunes.

En la **Lección 1: Comparación de funciones lineales y exponenciales**, los estudiantes utilizan funciones exponenciales para modelar situaciones del mundo real.

La vida media y el compuesto continuo

Calcular la vida media de una sustancia es un ejemplo clásico de decaimiento exponencial. La vida media se usa en la datación con carbono, el decaimiento radioactivo y para medir la efectividad de los medicamentos en el tiempo. Similar al decaimiento exponencial, también puede haber crecimiento, y cómo sucede el crecimiento depende de la situación.

La tabla muestra la cantidad de cafeína en el sistema de una persona a lo largo del tiempo, empezando con 80 miligramos de cafeína. La cafeína tiene una vida media de 5 horas.

Tiempo transcurrido (horas)	0	5	10	15	20	25
Cafeína en el sistema (mg)	80	40	20	10	5	2.5
Número de ciclos de vida media	0	1	2	3	4	5

Una ecuación para representar la vida media de la cafeína sería, $g(n) = 80\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{n}{5}\right)}$, en dónde *n* es el número de horas.

En la **Lección 2: Propiedades de las gráficas exponenciales**, los estudiantes continúan explorando la función exponencial madre y sus atributos clave.

La función exponencial madre

Las funciones exponenciales madres, sean crecientes o decrecientes, tienen el mismo dominio, rango, asíntota e intersecciones.

	Funciones exponenciales madres	
	Crecimiento exponencial $f(x) = b^x, b > 1$	**Decaimiento exponencial** $f(x) = b^x, 0 < b < 1$
Dominio en notación de intervalos	$(-\infty, \infty)$	$(-\infty, \infty)$
Rango en notación de intervalos	$(0, \infty)$	$(0, \infty)$
Asíntota	$y = 0$	$y = 0$
Intersección	(0, 1)	(0, 1)
Intervalos de crecimiento o disminución	Crecimiento en $(-\infty, \infty)$	Decrecimiento en $(-\infty, \infty)$

En la **Lección 3: Transformaciones de funciones exponenciales**, los estudiantes grafican transformaciones de funciones exponenciales.

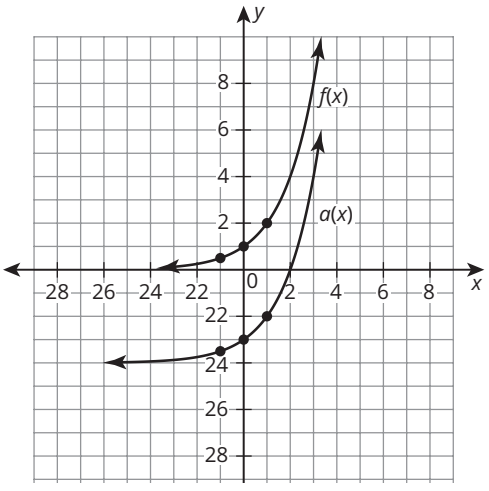
Transformar funciones exponenciales

Puedes utilizar puntos de referencia para representar gráficamente transformaciones de funciones exponenciales.

$f(x) = 2^x$

$a(x) = f(x) - 4$

Puntos de referencia en $f(x)$	Puntos correspondientes en $h(x)$
$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$	$\left(-1, -\frac{7}{2}\right)$
(0, 1)	(0, −3)
(1, 2)	(1, −2)



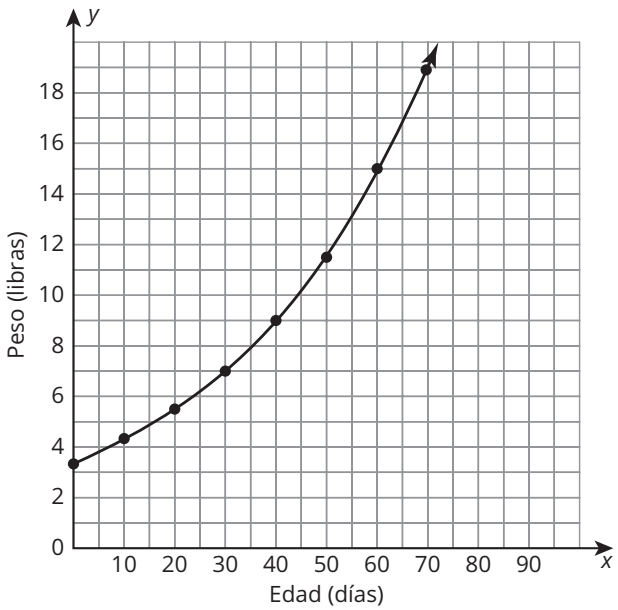
En la **Lección 4: Elaboración de modelos con funciones exponenciales**, los estudiantes utilizan la tecnología gráfica para determinar una función de regresión exponencial de un conjunto de datos dado.

Función de regresión exponencial

La tabla muestra el peso de un cachorro de golden retriever según lo registrado durante su crecimiento. Se muestra un diagrama de dispersión y la ecuación de regresión de los datos.

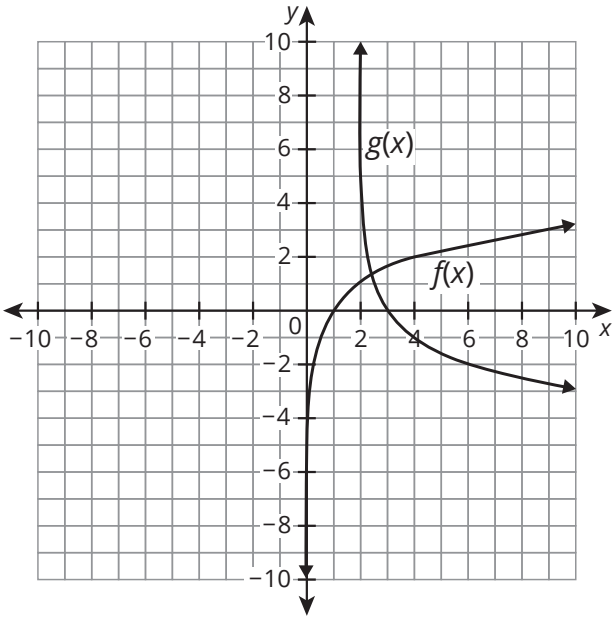
La ecuación de regresión exponencial para este escenario es $f(x) = 3.31(1.025)^x$.

Edad (días)	Peso (libras)
0	3.25
10	4.25
20	5.5
30	7
40	9
50	11.5
60	15
70	19



En la **Lección 5: Funciones logarítmicas**, se introduce a los estudiantes a las funciones logarítmicas como la inversa de una función exponencial.

Logaritmos y exponentes



En la **Lección 6: Transformaciones de funciones logarítmicas**, los estudiantes aplican lo que saben sobre transformaciones a las funciones logarítmicas.

Transformación de una función logarítmica

Para crear $g(x)$, la gráfica de $f(x)$ se trasladó horizontalmente 2 unidades a la derecha y se reflejó en el eje x.

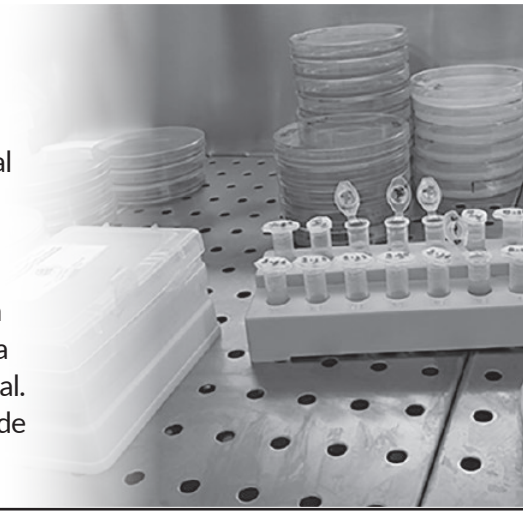
$g(x) = -f(x - 2)$

Matemáticas en el mundo real

Imagina que estás en un concierto y que los altavoces emiten música a distintos volúmenes. La forma en que medimos el sonido, conocida como decibeles, también sigue una escala logarítmica. Esto significa que un pequeño aumento en los decibeles equivale a un incremento enorme en la intensidad del sonido. Por ejemplo, si un concierto de rock alcanza los 120 decibeles, no es solo un poco más fuerte que una conversación de 60 decibeles, sino que su energía sonora es un millón de veces mayor. Los logaritmos permiten a científicos e ingenieros comprender fenómenos que crecen o disminuyen rápidamente, como la magnitud de los terremotos, los niveles de pH en química e incluso la propagación de la información en redes sociales.

Por otro lado, las funciones exponenciales explican crecimientos extremadamente rápidos, como la multiplicación de bacterias o el aumento acelerado de seguidores en redes sociales cuando un video se vuelve viral. Imagina que empiezas con un solo seguidor y que cada día, cada persona convence a dos amigos nuevos para que te sigan. El primer día tienes 1 seguidor, el segundo día 3, luego 9, después 27... y en poco tiempo ¡serán miles! Este tipo de crecimiento explosivo se observa en el aumento de la población, las finanzas (como el interés compuesto, que acelera el crecimiento de los ahorros) e incluso en la propagación de enfermedades. Mientras que los logaritmos nos ayudan a manejar cifras gigantescas, las funciones exponenciales nos muestran lo rápido que algo puede salirse de control.

TEMA 2 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas



En este tema, los estudiantes convierten primero entre las formas exponencial y logarítmica de una ecuación. Los estudiantes resuelven ecuaciones exponenciales utilizando bases comunes o tomando el logaritmo de ambos lados de la ecuación. Después, los estudiantes resuelven ecuaciones logarítmicas cuando se desconoce la base, el argumento o el exponente. En la lección final, los estudiantes determinan si un conjunto de datos se representa mejor por una función lineal, una función cuadrática o una función exponencial. Escriben funciones de regresión para conjuntos de datos y utilizan la función de regresión para hacer predicciones y tomar decisiones críticas.

¿Dónde hemos estado?

En este tema, los estudiantes convierten primero entre las formas exponencial y logarítmica de una ecuación. Los estudiantes resuelven ecuaciones exponenciales utilizando bases comunes o tomando el logaritmo de ambos lados de la ecuación. Después, los estudiantes resuelven ecuaciones logarítmicas cuando se desconoce la base, el argumento o el exponente. En la lección final, los estudiantes determinan si un conjunto de datos se representa mejor por una función lineal, una función cuadrática o una función exponencial. Escriben funciones de regresión para conjuntos de datos y utilizan la función de regresión para hacer predicciones y tomar decisiones críticas.

¿Hacia dónde vamos?

Los logaritmos son formas cómodas de expresar números grandes y se utilizan mucho en ciencias. Los estudiantes están más familiarizados con la escala de Richter, que utiliza una escala logarítmica para clasificar la intensidad de un terremoto. Los logaritmos se utilizan para modelar fenómenos del mundo real que decaen logarítmicamente, incluyendo escenarios en la ciencia y la física. Las funciones exponenciales se utilizan para modelar situaciones en la banca y el arte.

TEMAS DE DISCUSIÓN

COMENTE CON SU ESTUDIANTE

Los logaritmos son un tema importante que se debe conocer para entender el crecimiento exponencial, resolver ecuaciones complejas y aplicar conceptos matemáticos en campos como la ciencia, la ingeniería y la informática.

ESTE ES UN EJEMPLO DE PREGUNTA

Resuelve $5^{x+3} = 15{,}625$.

Reescribe 15,625 como 5^6.

$5^{x+3} = 5^6$

Como las bases son iguales, los exponentes deben ser iguales.

Entonces, $x + 3 = 6$, y además $x = 3$.

TÉRMINO CLAVE

- expresión logarítmica [logarithmic expression]

Consulte el Glosario de matemáticas para obtener las definiciones de los Términos clave.

¿En dónde estamos?

La **base natural** ***e*** es un número irracional igual a aproximadamente 2.71828.
$e^2 \approx 2.7183^2 \approx 7.3892$

Un **logaritmo común** es un **logaritmo** con una base de 10. Por lo general, los logaritmos comunes se escriben sin base.

Las expresiones log (*2x*) y log *x* son ejemplos de logaritmos comunes.

En la **Lección 1: Expresiones logarítmicas**, los estudiantes profundizan en la comprensión de las expresiones logarítmicas. Los estudiantes reescriben ecuaciones logarítmicas como ecuaciones exponenciales y estiman el valor de los logaritmos.

Estimación de logaritmos

Para estimar el $\log_3 33$ en la posición de las décimas, identifica el logaritmo más cercano cuyo argumento sea menor que 33 y el logaritmo más cercano cuyo argumento sea mayor que 33 en la recta numérica que representa la base 3.

El logaritmo más cercano cuyo argumento es menor que 33: $\log_3 27$	El logaritmo que estás estimando: $\log_3 33$	El logaritmo más cercano cuyo argumento es mayor que 33: $\log_3 81$

Sabes que $\log_3 27 = 3$ porque $3^3 = 27$ and $\log_3 81 = 4$ porque $3^4 = 81$. Esto significa que la estimación del $\log_3 33$ está entre 3 y 4.

$$\log_3 27 < \log_3 33 < \log_3 81$$
$$3 < x < 4$$

Después, estima el dígito decimal. Debido a que 33 está más cercano a 27 que a 81, el valor del $\log_3 33$ está más cercano a 3 que a 4.



En este caso, 3.2 es una buena estimación del $\log_3 33$.

En la **Lección 2: Resolución de ecuaciones exponenciales**, los estudiantes resuelven ecuaciones exponenciales en ecuaciones matemáticas y del mundo real.

Utilizar bases comunes para resolver ecuaciones exponenciales

Por ejemplo, resuelve la ecuación $5^{x-3} = 625$.

$5^{x-3} = 625$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625$

$5^{x-3} = 5^4$

Entonces, $x - 3 = 4$

Por lo tanto, $x = 7$.

En la **Lección 3: Resolución de ecuaciones logarítmicas**, los estudiantes resuelven ecuaciones logarítmicas para una base, argumento o exponente desconocidos.

Resolver ecuaciones logarítmicas

Puedes usar la relación entre la base, el argumento y el exponente para resolver cualquier valor desconocido en una ecuación logarítmica. Para resolver cualquier número desconocido en una ecuación logarítmica simple, comienza convirtiéndola en una ecuación exponencial.

El argumento es desconocido	El exponente es desconocido	La base es desconocida
$\log_4 y = 3$	$\log_4 64 = x$	$\log_b 64 = 3$
$4^3 = y$	$4^x = 64$	$b^3 = 64$
$64 = y$	$4^x = 4^3$	$b^3 = 4^3$
	$x = 3$	$b = 4$

En la **Lección 4: Aplicaciones de ecuaciones exponenciales y logarítmicas**, los estudiantes resuelven ecuaciones exponenciales y logarítmicas para resolver problemas del mundo real.

Utilizar una ecuación logarítmica para resolver un problema de la vida real

La escala del pH es una escala para medir la acidez o alcalinidad de una sustancia, que se determina por la concentración de iones de hidrógeno. La fórmula para obtener el $\text{pH} = -\log \text{H}^+$ donde H^+ es la concentración de iones de hidrógeno en moles por litro cúbico.

El vinagre tiene un pH de 2.2. Determina la concentración de iones de hidrógeno en el vinagre.

$$2.2 = -\log H^+$$

$$-2.2 = \log H^+$$

$$10^{-2.2} = H^+$$

$$H^+ \approx 0.006$$

La concentración de iones de hidrógeno que tiene el vinagre es de 0.006 moles por litro cúbico.

En la **Lección 5: Elaboración de modelos con funciones lineales, cuadráticas y exponenciales**, los estudiantes determinan si un conjunto de datos está mejor representado por una función lineal, una función cuadrática o una función exponencial. Los estudiantes utilizan la tecnología para escribir funciones de regresión y utilizan esas funciones para hacer predicciones.

Seleccionar una función

Se vierte té en una taza. La tabla muestra la temperatura del té, $t(x)$, en °F, x minutos después de verter el té.

Tiempo (minutos)	0	5	7	9	11	15	18	22
Temperatura (°F)	179.9	164.3	156.1	148.3	141.2	135.1	128.7	125.1

Los datos disminuyen a lo largo del dominio dado, pero no a una tasa constante, por lo que una regresión exponencial es la que mejor modela los datos. La función que mejor modela los datos es $t(x) = 176.1738 \cdot 0.9831^x$.

Matemáticas en el mundo real

Imagina que sostienes una humeante taza de chocolate caliente en un frío día de invierno. Al principio, está demasiado caliente para beberla, así que decides esperar. Pero, ¿cuánto tiempo deberías esperar hasta que alcance la temperatura ideal? ¡Aquí es donde entran en juego las ecuaciones logarítmicas y exponenciales! La Ley del enfriamiento de Newton establece que cuanto mayor es la diferencia de temperatura entre un objeto y su entorno, más rápido se enfría. Sin embargo, a medida que se acerca a la temperatura ambiente, el enfriamiento se ralentiza. Si quisieras calcular exactamente cuándo tu chocolate caliente llegará a unos cómodos 130 °F, necesitarías usar logaritmos para analizar el proceso de enfriamiento en reversa.

Pero estas ecuaciones no solo sirven para el chocolate caliente, ¡están por todas partes! Los científicos las utilizan para predecir la propagación de virus, calcular el tiempo de descomposición de materiales radiactivos e incluso analizar cómo se descarga la batería de tu teléfono a lo largo del día. Las ecuaciones exponenciales explican cambios rápidos, como el crecimiento de la población o la propagación de las ondas sonoras, mientras que los logaritmos nos ayudan a resolver incógnitas, como el tiempo que tomará alcanzar un cierto nivel. Las magnitudes de los terremotos y la medición del volumen del sonido también dependen de los logaritmos. Así que, la próxima vez que esperes a que tu comida se enfríe o revises la batería de tu teléfono, recuerda: ¡hay mucha matemática trabajando tras bastidores!

ISBN: 978-1-970198-49-2

© 2024 Texas Education Agency. Portions of this work are adapted, with permission, from the originals created by and copyright © 2021 Carnegie Learning, Inc.

This work is licensed under a

Creative Commons Attribution-Non-Commerial-4.0 International License.

You are free:

to Share—to copy, distribute, and transmit the work

to Remix—to adapt the work

Under the following conditions:

Attribution—You must attribute any adaptations of the work in the following manner:

This work is based on original works of the Texas Education Agency and Carnegie Learning, Inc. This work is made available under a Creative Commons Attribution-Non-Commercial-4.0 International License. This does not in any way imply endorsement by those authors of this work.

NonCommercial—You may not use this work for commercial purposes.

With the understanding that:

For any reuse or distribution, you must make clear to others the license terms of this work. The best way to do this is with a link to this web page:

https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Trademarks and trade names are shown in this book strictly for illustrative and educational purposes and are the property of their respective owners. References herein should not be regarded as affecting the validity of said trademarks and trade names.

Printed in the USA

Images
www.pixabay.com

© 2024 Texas Education Agency. Partes de esta obra han sido adaptadas, con el permiso correspondiente, a partir de los originales creados y protegidos por derechos de autor. © 2021 Carnegie Learning, Inc.

Esta obra está sujeta a

una licencia internacional Creative Commons Atribución-No comercial- 4.0.

Usted es libre de:

compartir: copiar, distribuir y traducir el trabajo

remezclar: adaptar el trabajo

bajo las siguientes condiciones:

Atribución: Debe atribuir cualquier adaptación del trabajo de la siguiente manera:

Esta obra está basada en los trabajos originales de la Agencia de Educación de Texas y Carnegie Learning, Inc. Esta obra está disponible en virtud de una licencia internacional Creative Commons Atribución-No comercial- 4.0. Esto no implica de ninguna manera el respaldo de dichos autores a este trabajo.

NoComercial: no puede utilizar este trabajo con fines comerciales.

En el entendido de que:

Para cualquier reutilización o distribución, debe dejar claro a los demás los términos de la licencia de este trabajo. La mejor forma de hacerlo es con un enlace a esta página web:

https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Las marcas comerciales y los nombres comerciales se muestran en este libro estrictamente con fines ilustrativos y educativos y son propiedad de sus respectivos dueños. Las referencias aquí contenidas no deben considerarse.

Impreso en los Estados Unidos

Imágenes
www.pixabay.com

Aprendizaje Bluebonnet™

Matemáticas de secundaria

EDICIÓN 1

ISBN 978-1-970198-49-2

9 781970 198492 90000>