Mathématiques

Cours de vacances

Entrée en première

76/78 rue Saint Lazare – 75009 Paris
eib-adistance.com

Séquence 1 : *Nombres et calculs*

I. Manipuler les nombres réels

II. Utiliser les notions de multiple, diviseur et de nombre premier

III. Utiliser le calcul littéral

Séquence 2 : *Géométrie*

I. Les vecteurs : définitions et coordonnées

II. Les vecteurs : notion de colinéarité

III. Configurations planes

IV. Représenter et caractériser les droites du plan

Séquence 3 : *Fonctions*

I. Notion de fonction et fonction affine

II. Fonction : étude graphique

III. Fonction : étude qualitative

IV. Fonctions de référence

Séquence 4 : *Statistiques et probabilités*

I. L'information chiffrée

II. Statistique descriptive

III. Les probabilités

IV. Échantillonnage

Séquence 1
Nombres et calculs

L'objectif de ce chapitre est de se donner une base d'outils calculatoires élémentaires nécessaires à la résolution d'exercices et de problèmes.

I. Manipuler les nombres réels

Dans ce paragraphe, nous allons définir puis représenter les nombres réels à l'aide d'intervalle et parfois d'inégalité avec la valeur absolue. Ensuite, nous expliciterons les différents ensembles de nombres.

1) L'ensemble $\mathbb{R}$

Définition : Un **nombre réel** est un nombre qui peut s'écrire avec une partie entière et un nombre fini ou infini de décimales.

L'ensemble des nombres réels est noté $\mathbb{R}$.

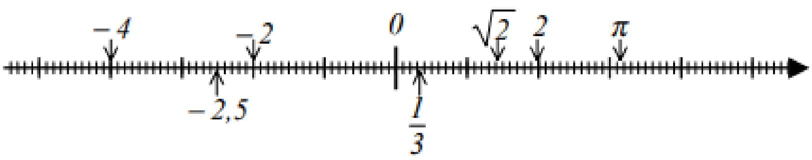
Exemples :

$\sqrt{2} = 1{,}414\ 213\ 562\ 3 \ldots \in \mathbb{R}$ est la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1.

$\pi = 3{,}141\ 592\ 653\ 5 \ldots \in \mathbb{R}$ est le périmètre d'un cercle de diamètre 1.

Propriété : A tout point d'une droite graduée est associé un unique nombre réel, son abscisse.

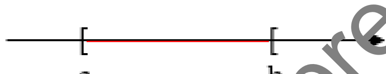
Réciproquement, à tout nombre réel est associé un unique point d'une droite graduée.



Remarque : On note $\mathbb{R}^*$ l'ensemble des réels non nuls, c'est-à-dire $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

2) Les intervalles de $\mathbb{R}$

<u>Définition :</u> Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$.

Intervalle	Inégalités vérifiées par le réel x	Représentation sur la droite graduée
$x \in [a; b]$	$a \leq x \leq b$	
$x \in [a; b[$	$a \leq x < b$	
$x \in]a; b]$	$a < x \leq b$	
$x \in]a; b[$	$a < x < b$	
$x \in [a; +\infty[$	$x \geq a$	
$x \in]a; +\infty[$	$x > a$	
$x \in]-\infty; b]$	$x \leq b$	
$x \in]-\infty; b[$	$x < b$	

<u>Attention :</u> $-\infty$ et $+\infty$ ne désignent pas des nombres réels ; du côté de $-\infty$ et de $+\infty$, le crochet est toujours ouvert. Par exemple, on note : $\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$.

<u>Propriétés (intersection et réunion de deux intervalles) :</u>

L'**intersection** de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à la fois aux deux intervalles. Par exemple $[2; 5] \cap [4; 6] = [4; 5]$.

De même, on a $]-\infty; 3] \cap]-2; +\infty[=]-2; 3]$.

La **réunion** de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à l'un ou l'autre de ces intervalles. Par exemple $[2; 5] \cup [4; 6] = [2; 6]$.

De même, on a $]-\infty; 5[\cup [-1; +\infty[=]-\infty; +\infty[$.

Définition : Donner un **encadrement décimal** d'un réel x c'est donner deux nombres décimaux a et b tels que $a \leq x \leq b$.

$b - a$ est appelé amplitude de l'encadrement. L'encadrement est à 10^{-n} près.

3) La valeur absolue

Définition : La **distance** entre deux nombres réels est la différence entre le plus grand et le plus petit. Ainsi, la distance entre les réels x et a est égale à :

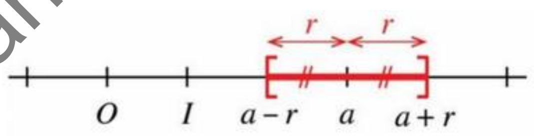
$$\begin{cases} x - a \text{ lorsque } x \geq a \\ a - x \text{ lorsque } x \leq a \end{cases}$$

Notation : au lieu d'utiliser cette notation sur deux lignes, on utilise la notation condensée $|x - a|$ pour désigner la distance entre x et a, appelée **valeur absolue** de $x - a$.

Remarque : La valeur absolue est toujours positive et symétrique ($|x - a| = |a - x|$).

Propriété : Soit $x \in \mathbb{R}$, alors $|x| = \begin{cases} x \; si \; x \geq 0 \\ -x \; si \; x \leq 0 \end{cases}$

Propriété (Lien avec les intervalles) : a et r désignent deux nombres réels et $r > 0$. $|x - a| \leq r$ équivaut à $x \in [a - r \; ; \; a + r]$



4) Les ensembles de nombres

Définition : Un nombre **entier naturel** est un nombre entier positif (ou nul). L'ensemble des nombres entiers naturels est noté $\mathbb{N}$.

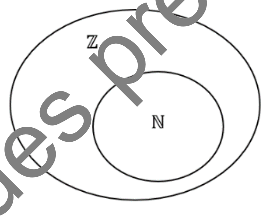
Exemple : 3 est un entier naturel, on note $3 \in \mathbb{N}$ (se lit « 3 appartient à grand N).

Définition : Un nombre **entier relatif** est un nombre entier positif ou négatif (ou nul). L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.

Exemples : -5 est un entier relatif, on note $-5 \in \mathbb{Z}$ (se lit « -5 appartient à grand Z »).

3 est également un entier relatif.

Remarque : Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif. On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$ et on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.



Contre-exemple : -4 n'appartient pas à l'ensemble $\mathbb{N}$ mais appartient à l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note : $-4 \notin \mathbb{N}$ et $-4 \in \mathbb{Z}$.

Définition : Un **nombre rationnel** est un nombre qui s'écrit sous la forme d'une faction $\frac{a}{b}$, avec a et b deux nombres entiers relatifs et $b \neq 0$.

L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.

Exemples : $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$; $\frac{5}{2} \in \mathbb{Q}$; $\frac{2.5}{0.7} \in \mathbb{Q}$ car $\frac{2.5}{0.7} = \frac{25}{7} \in \mathbb{Q}$

Conséquence : les nombres entiers relatifs sont des rationnels ($a = \frac{a}{1}$ avec $a \in \mathbb{Z}$). Ainsi $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Propriété : Tout nombre rationnel non nul admet une seule écriture fractionnaire irréductible $\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{Z},\ q \in \mathbb{N}$ et $q \neq 0$.

Exemples : $\frac{32}{40} = \frac{4}{5}$ et $\frac{-8}{-10} = \frac{4}{5}$

<u>Rappel (calcul avec les fractions) :</u> Soient a, b, c, d et k des nombres réels avec b, d et k non nuls. Alors on a :

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
- $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$
- $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{bd} = \frac{ad+cb}{bd}$
- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
- $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$ (avec $a \neq 0$)
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ (avec $c \neq 0$)

<u>Définition :</u> Un **nombre décimal** est un nombre rationnel qui peut s'écrire $\frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

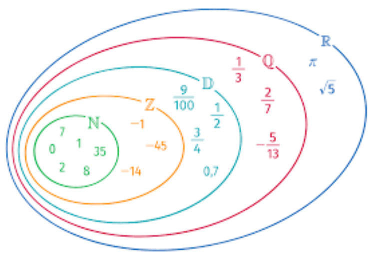
L'ensemble des nombres décimaux est noté $\mathbb{D}$. Donc $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.

<u>Exemples :</u> $\frac{35}{10} \in \mathbb{D}$; $\frac{1}{2} \in \mathbb{D}$ car $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$; $\frac{-235}{10000} \in \mathbb{D}$

<u>Propriété :</u> Un nombre décimal admet un développement décimal avec un nombre fini de chiffres.

<u>Exemples :</u> $\frac{1}{2} = 0.5 \in \mathbb{D}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

<u>Propriété :</u> Finalement, on a les inclusions suivantes : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.



II. Utiliser les notions de multiple, diviseur et de nombre premier.

Dans ce paragraphe, nous allons nous donner des outils de base de l'arithmétique, tels que les notions de multiple, diviseur, nombre pair/impair et nombre premier.

1) Division euclidienne et critère de divisibilité

Définition : Soient a et b deux nombres entiers, avec $b \neq 0$.
Effectuer la **division euclidienne** de a par b, c'est trouver deux nombres entiers q et r tels que $a = b \times q + r$ avec $r < b$.

Propriété (critères de divisibilité) : Un nombre entier n est divisible par :

- 2 si son chiffre des unités est $0; 2; 4; 6$ ou 8.
- 3 si la somme de ses chiffres est elle-même divisible par 3.
- 4 si le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.
- 5 si le chiffre de ses unités est 0 ou 5.
- 9 si la somme de ses chiffres est elle-même divisible par 9.
- 10 si le chiffre de ses unités est 0.

2) Nombre pair, impair

Définition : On dit qu'un entier relatif n est **pair**, s'il est divisible par 2.

On dit que n est un entier **impair**, s'il n'est pas divisible par 2.

Propriété : Soit n un nombre entier relatif.

n est pair s'il existe un nombre entier relatif k tel que $n = 2 \times k$

n est impair s'il existe un nombre entier relatif k tel que $n = 2 \times k + 1$

Théorème : Le carré d'un nombre impair est impair

Démonstration : L'entier n est un nombre impair donc il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 2k + 1$,
d'où : $n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
Or $k \in \mathbb{Z}$ donc $2k^2 + 2k \in \mathbb{Z}$.

Donc $n^2 = 2K + 1$ avec $K = 2k^2 + 2k$, donc n^2 est impair.

3) Nombre premier

Définition : Soit a un nombre entier relatif. On dit que a est un **nombre premier** s'il a exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

Exemple et contre-exemple :

- 31 est un nombre premier car il a exactement deux diviseurs positifs qui sont 1 et lui-même.
- 49 n'est pas un nombre premier car il a 7 comme diviseur positif.

Remarque : 1 n'est pas un nombre premier car il n'a pas exactement deux diviseurs positifs.

Propriété : Tout nombre entier naturel supérieur ou égal à 2 se décompose en produit de facteurs premiers et cette décomposition est unique (à l'ordre près des facteurs).

Exemple : On peut décomposer 84 en $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.

Application : Fraction irréductible

Définition : Une fraction est dite **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Exemple : On peut rendre irréductible $\frac{84}{30} = \frac{2\times2\times3\times7}{2\times3\times5} = \frac{2\times7}{5} = \frac{14}{5}$

4) Multiple et diviseur

Définition : Soit a un nombre de $\mathbb{Z}$ et b un nombre de $\mathbb{Z}$ avec $b \neq 0$.

Dire que a est un **multiple** de b signifie qu'il existe un nombre k de $\mathbb{Z}$ tel que $a = k \times b$.

On dit aussi que b est un **diviseur** de a ou que a est **divisible** par b.

Remarque : b est un diviseur de a lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égal à 0.

Exemples :

- 0 est multiple de tout nombre b de $\mathbb{N}$ ($0 = 0 \times b$) et tout nombre a de $\mathbb{Z}$ est multiple de 1 ($a = a \times 1$).
- -8 est un multiple de 4. En effet, $-8 = -2 \times 4$. Ainsi, -8 est divisible par 4 ou 4 est un diviseur de -8.
- 5 n'est pas un multiple de 2. En effet, $5 = 2.5 \times 2$ mais $2.5 \notin \mathbb{Z}$.

Propriété : Soit n un nombre de $\mathbb{N}$. La somme de deux multiples du nombre n est un multiple de n.

Démonstration : On note a et a' deux multiples de n. Il existe donc des nombres k et k' de $\mathbb{Z}$ tels que $a = k \times n$ et $a' = k' \times n$. Alors $a + a' = k \times n + k' \times n = (k + k') \times n$.

Or, la somme de deux nombres entiers relatifs est un nombre entier relatif, donc $k + k' \in \mathbb{Z}$ et $a + a'$ est aussi un multiple de n.

III. Utiliser le calcul littéral

Dans ce paragraphe, nous allons donner des règles de calcul littéral, en particulier avec la notion de puissance, les notions de développement/factorisation pour finir sur la résolution d'équation/ inéquation.

1) Règles de calcul sur les puissances entières relatives

Définition/Propriété : Soit un entier $n \geq 2$ et a un réel : $a^n = a \times a \times ... \times a$ (n facteurs égaux à a)

Dans l'expression a^n : a s'appelle la base, n s'appelle l'exposant a^n s'appelle la puissance n-ième de a

Par convention, $a \neq 0$ et n entier : $a^0 = 1$; $a^1 = a$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

<u>Propriétés (Règles de calcul) :</u> Pour tous réels non nuls a et b, et pour tous entiers relatifs m et n, on a :

$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$3^2 \times 3^3 = 3^5$	$(2^3)^4 = 2^{12}$	$(5x)^3 = 5^3 \times x^3$	$\frac{2^3}{2^6} = 2^{3-6} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

<u>Définition (Ecriture scientifique) :</u> Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal non nul compris strictement entre -10 et 10, et n un entier relatif. C'est l'**écriture scientifique** de ce nombre.

<u>Exemples :</u> $5214 = 5{,}214 \times 10^3$ et $0{,}0000789 = 7{,}89 \times 10^{-5}$.

Dans l'écriture scientifique d'un nombre $a \times 10^n$, si on arrondit a à l'entier le plus proche, on obtient un ordre de grandeur de ce nombre.

<u>Exemple :</u> $281724 = 2{,}81724 \times 10^5 \approx 3 \times 10^5$.

2) Règles de calcul sur les racines carrées

<u>Définition :</u> Soit a un nombre réel positif. La **racine carrée** de a, notée $\sqrt{a}$ est le nombre réel positif dont le carré est a.

<u>Propriété :</u> Soient a et b des réels positifs.

$\sqrt{a^2} = a$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\quad (b \neq 0)$	$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$	$\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$	$\sqrt{\frac{75}{3}} = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{25} = 5$	$5 = \sqrt{25} = \sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

3) Développer/Factoriser

Définition : **Développer**, c'est transformer en somme une expression écrite sous la forme d'un produit.

Propriété : Pour tout nombre réel a, b, c, d, k :

- $k(a+b) = ka + kb$ (simple distributivité)
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ (double distributivité)

Définition : **Factoriser**, c'est transformer en produit une expression écrite sous la forme d'une somme.

Propriété : Pour tout nombre réel a, b, c, d, e, f, k :

- $ka + kb = k(a+b)$
- $(a+b)(c+d) + (a+b)(e+f) = (a+b)(c+d+e+f)$

4) Identités remarquables

Propriété : Pour tout nombre réel a et b, on a :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Démonstration :

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$.

Exemple : Soit $A = (2x-3)^2 - (x-2)^2$

On développe (et on réduit) $A = 4x^2 - 12x + 9 - (x^2 - 4x + 4) = 3x^2 - 8x + 5$

On factorise (et on réduit) $A = \big(2x - 3 - (x-2)\big)(2x - 3 + x - 2) = (x-1)(3x-5)$

5) Résolution d'équations et d'inéquations

Equation	Inéquation
Une équation est une égalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre.	Une inéquation est une inégalité dans laquelle intervient un nombre inconnu, désigné le plus souvent par une lettre.
Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'égalité soit vraie : les valeurs trouvées sont appelées solutions de l'inéquation.	Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'inégalité soit vraie : les valeurs trouvées sont appelées solutions de l'inéquation.
Transformations d'écritures	
En ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres de l'égalité.	En ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres de l'inégalité.
En multipliant ou en divisant les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul.	En multipliant ou en divisant les deux membres de l'inégalité par un même nombre non nul (en changeant le sens de l'inégalité si ce nombre est négatif).

<u>Exemple :</u>

On peut résoudre : $3x - 5 = -2x + 7$. $3x - 5 = -2x + 7$ $\Leftrightarrow 5x = 12$ $\Leftrightarrow x = \frac{12}{5} = 2{,}4$	On peut résoudre : $4x - 9 \leq 6x + 21$ $4x - 9 \leq 6x + 21$ $\Leftrightarrow -2x \leq 30$ $\Leftrightarrow x \geq \frac{30}{-2} = -15$

<u>Théorème :</u> Dans $\mathbb{R}$, un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un des facteurs est nul.

<u>Méthode :</u>

Etape 1 : on ramène l'équation à résoudre à une équation équivalente du type

$A(x) = 0$.

Etape 2 : on factorise $A(x)$ en l'écrivant sous la forme d'un produit de facteurs.

Etape 3 : on utilise le théorème.

<u>Exemple :</u> On résout dans $\mathbb{R}$: $3(2x+7)(2x-4) = 4(x+4)(2x+7)$.

$\Leftrightarrow 3(2x+7)(2x-4) - 4(x+4)(2x+7) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+7)\big(3(2x-4) - 4(x+4)\big) = 0$

$\Leftrightarrow (2x+7)(2x-28) = 0$

$\Leftrightarrow 2x+7 \; ou \; 2x-28 = 0$

$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \; ou \; x = \frac{28}{2} = 14$

<u>Propriété :</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$, $\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \; et \; B(x) \neq 0$.

<u>Exemple :</u> $\frac{4x-8}{x+3} = 0 \Leftrightarrow 4x - 8 = 0$ et $x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x = 2$ et $x \neq -3$

<u>Propriété :</u> Le signe de l'expression $ax+b$, avec $a \neq 0$, dépend des valeurs attribuées à x. La résolution des deux inéquations $ax+b<0$ et $ax+b>0$, suivant le signe de a et de l'équation $ax+b=0$, conduit aux résultats résumés dans le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de ax+b	signe de(-a)	0	signe de a

<u>Exemple :</u> $-3x + 21$ $\qquad a = -3 < 0$

x	$-\infty$	7	$+\infty$
Signe de $-3x+21$	$+$	0	$-$

Exercices non à soumettre

Exercice 1 :

Calculer :

$A = \frac{32}{27} \times \left(\frac{-7}{25}\right) \times \frac{99}{8} \times \left(\frac{-9}{56}\right) \times \frac{10}{11} \times \left(\frac{-35}{12}\right)$

$B = \frac{450\,000 \times (0.000\,0002)^2}{0,0003}$

$C = \frac{6^2 \times 4^3 \times 3^4 \times 2^6}{12^5}$

$D = \frac{1 + \frac{\frac{5}{3} - 1}{2}}{\frac{2}{1 + \frac{5}{3}} - 1}$

Exercice 2 : Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de :
60 ; 585 ; 504 ; 247 ; 150×36.

Exercice 3 : x étant un réel négatif, comparer : $(2x+5)^2$ et $4x^2 + 5$.

Exercice 4 : Soit $x = 7 + 3\sqrt{2}$ et $y = 7 - 3\sqrt{2}$. Montrer que $x + y, xy$ et $x^2 + y^2$ sont des entiers.

Exercice 5 : Calculer et donner le résultat en notation scientifique : $A = \frac{2{,}8 \times 10^{-5} \times (3 \times 10^{-2})^3}{6{,}3 \times 10^3}$.

Exercice 6 : On sait que : $5 \leq a \leq 7$ et $1 \leq b \leq 4$. Donner un encadrement de $2a - 2b$ et $\frac{a}{b}$.

Exercice 7 : On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = (x+2)^2 - 9$ (forme A).
1) Vérifier que l'on peut aussi écrire $f(x) = x^2 + 4x - 5$ (forme B) et $f(x) = (x+5)(x-1)$ (forme C).
2) a) Résoudre l'équation $f(x) = -5$.
b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
c) Résoudre l'équation $f(x) = 16$.

Exercice 8 :
1) Développer $\left(5x + \sqrt{2}\right)^3$.
2) Calculer astucieusement $A = 875683^2 - (875684 \times 875682)$.
3) Factoriser le mieux possible :
$B = (2x-3)^2 + (3-2x)(x-1) - 6 + 4x$

$C = (x+2)^2 - 4(5x-3)^2$ $\qquad$ $D = x^4 - 1$

Exercice 9 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

a) $|x-5| = 2$ $\qquad$ b) $|x+2\sqrt{3}| = -4$ $\qquad$ c) $|x+3| = 4$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

a) $|x+5| < 1$ $\qquad$ b) $|x+3| \geq 2$ $\qquad$ c) $|x+4| < -5$

Exercice 10 :

On donne $A = \frac{2x+1}{(x+3)(x+1)} + \frac{x+2}{2(x+3)} - \frac{x}{(x+1)}$ où x désigne un nombre réel.
Donner les valeurs de x pour lesquels A est défini puis écrire A sous la forme la plus simple.

Exercice 11 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $(x+5)^2 - 3(x+5) = 0$
2) $9(x-1)^2 - (x+1)^2 = 0$
3) $(x^2+3x-4)^2 = (x^2+8x+4)^2$
4) $(x-4)^2 - 16 + x^2 = 2x - 8$
5) $\frac{2x+1}{4x-2} = \frac{x+1}{2x+3}$

Exercice 12 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle.

1) $-3x + 1 \leq -5$
2) $-3 \leq 2x - 1 \leq 5$
3) $-3 \leq \frac{5-x}{3} \leq -1$
4) $(x+3)(-x+5) \geq 0$
5) $\frac{-2x-1}{x+3} \geq 3$

Exercice 13 :

Si n est un entier positif, quels nombres sont toujours des nombres pairs :

a) $2n+3$ $\qquad$ b) $4n$ $\qquad$ c) $n+1$ $\qquad$ d) $2n-5$ $\qquad$ e) $2n+2$

Exercice 14 :

On considère les trois algorithmes suivants.

```
a=2*x**2+1
b=x
c=a/b
```

```
a=2*x
b=1/x
c=a+b
```

```
a=2*x
c=a+1
```

1) Exécuter, si possible, les trois algorithmes et préciser le contenu de c, quand on affecte à x chacune des valeurs suivantes :
a) 3 b) -1 c) 5 d) 0
2) Conjecturer les algorithmes qui donnent le même résultat. Démontrer ces conjectures.

Exercice 15 :

Exécuter l'algorithme ci-dessous où a et b sont deux entiers et indiquer la valeur de c à la fin de l'exécution quand : $a = 235$ et $b = 13$; $a = 21$ et $b = 43$; $a = 84$ et $b = 7$.

```
def test(a,b):
    k=0
    while k*b<=a:
        k=k+1
    c=(k-1)*b
    return c
```

Que représente c pour a et b ?

Exercice 16 :

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
a) La somme de trois entiers consécutifs est un multiple de trois.
b) La somme de quatre entiers consécutifs est un multiple de quatre.
c) Le produit de deux multiples de 3 est un multiple de 9.
d) Le produit d'un multiple de 2 et d'un multiple de 6 est un multiple de 24.

Envoyer le devoir à soumettre n°1

●●●●●