LE CHOIX
D'UNE AUTRE
SCOLARITÉ

MATHEMATIQUES

Troisième

- Premier trimestre -

76/78 rue Saint Lazare – 75009 Paris
www.eib-adistance.com

SEQUENCE 1 :
CALCULS ALGEBRIQUES ET FRACTIONNAIRES (REVISIONS)

LEÇON 1 : CALCULS ALGEBRIQUES : REGLES GENERALES DE CALCUL

LEÇON 2 : CALCULS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE (1)

LEÇON 3 : CALCULS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE (2)

SEQUENCE 1 : CALCULS ALGEBRIQUES ET FRACTIONNAIRES (REVISIONS)

LEÇON 1

Calculs algébriques - Règles générales de calcul

I Règle algébrique des signes dans un produit

Soient a et b, deux nombres quelconques ; alors :

$(-a) \times b = a \times (-b) = -ab$

$(-a) \times (-b) = ab$

Exemples: $(-4) \times 3 = 4 \times (-3) = -12$

$(-4) \times (-7) = 4 \times 7 = 28$

$(-a) \times b \times (-c) = (-ab) \times (-c) = abc$

$a \times (-b) \times (-c) \times (-d) = -abcd$

II Règles de priorité

a Si une expression algébrique contient des parenthèses, on effectue d'abord les calculs à l'intérieur de celles-ci en respectant les règles de priorité suivantes : on effectue en premier lieu multiplications et divisions et ensuite seulement additions et soustractions.

b Si une expression ne contient pas (ou plus) de parenthèses, on effectue les calculs selon les règles de priorité vues précédemment.

Exemples : $A = -2 + 3\,(4 \times (-1) - 5 \times (-3) + 2) - 1 \times 5$

$= -2 + 3\,(-4 + 15 + 2) - 1 \times 5$

$= -2 + 3 \times 13 - 5 = -2 + 39 - 5 = 32$

$B = -4 \times 3 - (9 \times (-2) - 1) - 3 \times 6 + 2 = -4 \times 3 - (-18 - 1) - 3 \times 6 + 2$

$= -4 \times 3 - (-19) - 3 \times 6 + 2 = -12 + 19 - 18 + 2 = -9$

<u>Remarque importante</u> :

(-a) n'est pas nécessairement un nombre négatif.

- a est l'opposé de a donc :

si $a > 0$, alors $-a < 0$ (ex. : si $a = 2$, alors $-a = -2$)

et si $a < 0$, alors $-a > 0$ (ex. : si $a = -3$, alors $-a = 3$)

III Signe d'un produit de facteurs non nuls

Un produit de facteurs non nuls est :

- positif s'il contient un nombre pair de facteurs négatifs,
- négatif s'il contient un nombre impair de facteurs négatifs.

<u>Exemples</u> : $A = (-2) \times (-3) \times 7 \times (-5) < 0$ (3 facteurs négatifs et 3 est un nombre impair)

$B = 8 \times (-5) \times (-7) \times 6 \times 9 > 0$ (2 facteurs négatifs et 2 est un nombre pair)

Exercice 1

Calculez les expressions suivantes :

H = 6 x 4 + 16

I = 56 – 9 x 4 – 3 x 1

J = 14,5 + 63,5 + 57 : 3

K = (15 – 7,5 x 2) x 399

Exercice 2

Effectuez les calculs suivants :

1. [48 – (17 – 9)] – [29 – (20 – 2) – 2]
2. 150 – [150 – (150 – (150 – 1))]
3. 100 – 2 x (9 + 4 x 5) + 5 x 11 – 11
4. 35 – {[12,5 – (3,8 + 1,2)] – (5,7 – 1,5)}

Exercice 3

Parmi les expressions suivantes, quelles sont celles qui sont égales à 2a – b + c + 1 ?

-(-a + b + 1) + [(1 + b + a) – (b – c - 1)] ;

(a - b) – (1 – c - b) + (1 + a) – (b - 1);

(a – c + 1) – (b – c - a) – (1- c) + 1;

(2c – a + b) – (2b - 2a + 1) - (c – a - 2);

(a + b - 1) – (b – a - c) ;

SEQUENCE 1 :CALCULS ALGEBRIQUES ET FRACTIONNAIRES (REVISIONS)

LEÇON 2

Calculs en écriture fractionnaire (1)

I Égalité de deux fractions

1. Propriété

On ne change pas un quotient en en multipliant (ou en divisant) son numérateur ou son dénominateur par un même nombre non nul.

$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$ avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$

Exemple : $\frac{4{,}8}{1{,}2} = \frac{48}{12} = \frac{12 \times 4}{12 \times 1} = \frac{4}{1} = 4$

1 Conséquences

a Simplification d'une fraction

Pour simplifier une fraction, il faut trouver un diviseur commun au numérateur et au dénominateur.

La simplification est terminée lorsque le numérateur et le dénominateur sont les plus petits entiers possibles, on dit alors que la fraction est **irréductible**.

Exemples : $\frac{45}{99} = \frac{5 \text{ x } 9}{11 \text{ x } 9} = \frac{5}{11}$ $\frac{210}{165} = \frac{42 \text{ x } 5}{33 \text{ x } 5} = \frac{42}{33} = \frac{14 \text{ x } 3}{11 \text{ x } 3} = \frac{14}{11}$

Remarque : Pour simplifier les fractions , on peut également décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers. Nous reverrons cette méthode dans la séquence 8.

b Réduction de fractions au même dénominateur

Pour réduire des fractions au même dénominateur, on cherche le plus petit dénominateur commun aux fractions, on écrit ensuite les fractions équivalentes.

Exemples : $\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{15}$

Le nombre 60 est à la fois multiple de 12 et multiple de 15 car : 60 = 12 x 5 et 60 = 15 x 4

Le dénominateur commun à $\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{15}$ est le nombre 60.

$$\frac{5}{12}=\frac{5\times 5}{5\times 12}=\frac{25}{60} \quad \text{et} \quad \frac{7}{15}=\frac{7\times 4}{15\times 4}=\frac{28}{60}$$

Les fractions $\frac{25}{60}$ et $\frac{28}{60}$ ont le même dénominateur.

II Addition et soustraction de fractions

1 Les fractions ont le même dénominateur

Règle

a, b et c sont des nombres relatifs (avec $b \neq 0$)

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

On fait la somme (ou la différence) des numérateurs et on garde le dénominateur.

Exemples :

$$\frac{15}{7}+\frac{18}{7}=\frac{15+18}{7}=\frac{33}{7}$$

$$\frac{2}{3}-\frac{5}{3}=\frac{2-5}{3}=\frac{-3}{3}=-1$$

$$\frac{-6}{21}+\frac{13}{21}=\frac{-6+13}{21}=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{-2}{5}-\frac{1}{5}=\frac{-2-1}{5}=\frac{-3}{5}.$$

Remarque : On simplifie la fraction obtenue (si c'est possible) pour la rendre irréductible.

2 Les dénominateurs sont différents

a) Règle

Il faut réduire les fractions au même dénominateur puis on effectue le calcul.

Exemple : $\frac{3}{4} - \frac{5}{3}$

- On cherche le dénominateur commun aux deux fractions : 12 est à la fois multiple de 4 et de 3
- On cherche les fractions équivalentes : $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ et $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$
- On effectue le calcul : $\frac{3}{4} - \frac{5}{3} = \frac{9}{12} - \frac{20}{12} = \frac{-11}{12}$
- On simplifie le résultat si c'est possible : ici $\frac{-11}{12}$ est une fraction irréductible

Exercice 4

Complétez les égalités suivantes :

$\frac{3}{7} = \frac{?}{42} =$

$\frac{-5}{3} = \frac{?}{15} =$

$\frac{-46}{-30} = \frac{23}{?} =$

$\frac{11}{-7} = \frac{?}{28} =$

Exercice 5

Calculez les sommes suivantes :

$A = \frac{5}{3} + \frac{11}{6} =$

$B = \frac{-16}{5} + \frac{3}{10} =$

$C = \frac{-5}{12} + \frac{-7}{3} =$

$D = \frac{3}{8} + \frac{5}{12} =$

$E = \frac{3}{-14} + \frac{-5}{-21} =$

Exercice 6

Simplifiez les fractions suivantes :

$\frac{80}{32} =$

$\frac{36}{60} =$

$\frac{55}{88} =$

$\frac{63}{180} =$

$\frac{135}{144} =$

SEQUENCE 1 : CALCULS ALGEBRIQUES ET FRACTIONNAIRES (REVISIONS)

LEÇON 3

Calculs en écriture fractionnaire (2)

I Multiplication de fractions

1 Règle

a, b, c et d sont des nombres relatifs (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemple : $\frac{5}{3} \times \frac{13}{4} = \frac{5 \times 13}{3 \times 4} = \frac{65}{12}$

2 Remarques

On cherche d'abord le signe du produit grâce à la règle des signes puis on effectue le calcul.

$\frac{-7}{2} \times \frac{-3}{5}$ (-) x (-) = (+). Le résultat est positif, donc $\frac{-7}{2} \times \frac{-3}{5} = \frac{7 \times 3}{2 \times 5} = \frac{21}{10}$

On pense à simplifier avant d'effectuer le calcul : $-\frac{15}{8} \times \frac{2}{5} = -\frac{3 \times 5 \times 2}{4 \times 2 \times 5} = -\frac{3}{4}$

II Inverse d'un nombre relatif non nul

1 Définition

x est un nombre relatif non nul.

On dit que $\frac{1}{x}$ est l'inverse de x si leur produit est égal à 1 : $x \times \frac{1}{x} = 1$

On dit aussi que x est l'inverse de $\frac{1}{x}$ ou que x et $\frac{1}{x}$ sont des nombres inverses.

Exemples : l'inverse de 3 est

l'inverse de $\frac{1}{3}$ est 3

l'inverse de 0,4 est $\frac{1}{0,4} = \frac{10}{4} = 2,5$

Calculatrice : C'est la touche $\frac{1}{x}$ ou x^{-1}

2 Inverse d'une fraction

a et b sont deux nombres relatifs non nuls.

L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ car : $\frac{a}{b} \text{x} \frac{b}{a} = 1$

a et b sont deux nombres relatifs non nuls.

Exemple : l'inverse de $\frac{3}{4}$ est $\frac{4}{3}$;

l'inverse de $\frac{-5}{8}$ est $\frac{-8}{5}$ (ou $\frac{8}{-5}$ ou $-\frac{8}{5}$)

Remarque : le nombre 0 n'a pas d'inverse.

III Division avec des fractions

1 Règle

Pour diviser par un nombre relatif non nul, on multiplie par son inverse.

Pour diviser par $\frac{c}{d}$ (avec c et d non nuls) on multiplie par son inverse $\frac{d}{c}$.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ (avec b, c, d non nuls)}$$

Exemples : $\frac{2}{9} \div 11 = \frac{2}{9} \text{ x } \frac{1}{11} = \frac{2 \text{ x } 1}{9 \text{ x } 11} = \frac{2}{99}$

$$\frac{\frac{-4}{15}}{\frac{-8}{3}} = \frac{-4}{15} \text{ x } \frac{-3}{8} = \frac{4 \text{ x } 3}{15 \text{ x } 8} = \frac{4 \text{ x } 3 \text{ x } 1}{5 \text{ x } 3 \text{ x } 2 \text{ x } 4} = \frac{1}{10}$$

Remarque :

Attention à la position du signe d'égalité, il doit être en face de la barre de la fraction principale.

Exercice 7

Sachant que $\frac{a}{b} = -2$

Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes :

A= $\frac{7}{3} \times \frac{(-2)}{b} \times \frac{a}{-5}$

B= $\frac{-8}{a} \times \frac{b}{3} \times \frac{6}{-11}$

C= $\frac{-a}{4} \times \frac{-5}{b} \times \left[-\frac{(-b)}{2}\right] \times \frac{4}{-a}$

D= $\frac{\frac{3}{a}}{\frac{-2}{b}} : \frac{\frac{-7}{b}}{\frac{3}{a}}$

Exercice 8

On donne : a = $\frac{2}{3}$; b = $\frac{-8}{9}$; c = $\frac{-7}{6}$

Calculez :

$$\frac{a}{2b}; \quad 2a+3b; \quad -a\times(-b)\times(-c)$$

Exercice 9

Exprimez sous la forme la plus simple l'inverse de :

$$A=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3-\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}$$