Semaine 3

I) Analyse d'expressions littérales

1) Sommes et produits

Une **somme** est le résultat d'une addition. Les nombres que l'on additionne s'appellent les **termes**. Suivant les cas, cette somme peut être **réduite** ou non.

Par exemple :

12 + 17 est la somme des 2 termes 12 et 17 qui peut facilement se réduire au nombre 29.

$\frac{2}{3} + \frac{11}{4}$ est la somme des 2 termes $\frac{2}{3}$ et $\frac{11}{4}$, qui pourra être réduite à $\frac{41}{12}$ après un travail de transformation (réduction au même dénominateur).

En revanche des sommes contenant des lettres ne sont pas toujours réductibles. La somme a + 2a se réduit à 3a, mais une somme comme 2a + 3b est **irréductible**.

Un **produit** est le résultat d'une multiplication de plusieurs **facteurs**.

Suivant les cas, ce produit peut être **réduit** ou non.

Par exemple :

$2 \times a \times b$ est le produits des 3 facteurs 2, a et b. On écrit habituellement ce produit 2ab.

L'écriture $5a^2x^3$ est la forme réduite du produit $5 \times a \times a \times x \times x \times x$.

Dans des expressions qui combinent additions et multiplications, ce sont les règles de **priorité** qui déterminent la nature de l'expression :

1. Les parenthèses
2. Les puissances (l'exposant ne concerne que ce qui le précède directement)
3. Les produits
4. Les sommes

2) Opposés et inverses

Définitions :

1. Deux nombres **opposés** sont deux nombres dont la somme est nulle.
   a et b opposés si et seulement si $a + b = 0$
   L'opposé de a se note $(-a)$
2. Deux nombres **inverses** (non nuls) sont deux nombres dont le produit est égal à 1.
   a et b ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) inverses si et seulement si $a \times b = 1$
   L'inverse de a se note $\frac{1}{a}$
3. **Soustraire** un nombre, c'est ajouter son opposé. $a - b = a + (-b)$
4. **Diviser** par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse. $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

Donc :

$\frac{3}{5}$ peut être considéré comme le quotient de 3 par 5 ou le produit de 3 par $\frac{1}{5}$.

$\frac{x^2}{1-x}$ peut être considéré comme le produit de trois facteurs : x (deux x fois) et $\frac{1}{1-x}$.

Remarques :
Deux opposés sont toujours de signes contraires.
Deux inverses sont toujours de même signe.

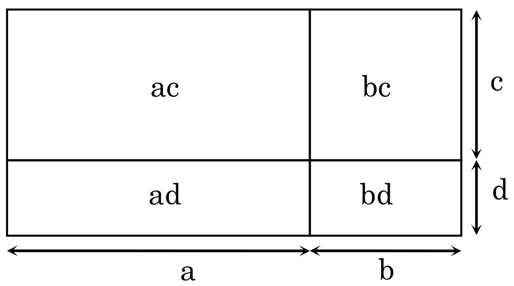
II) Transformations d'écritures

1) La distributivité : développer

Une expression littérale peut être présentée sous **différentes formes**. Ce n'est alors que la **présentation** de cette expression qui change, non sa « valeur »

Développer consiste à transformer une expression qui est sous forme de **produit en** une expression écrite sous forme de **somme**.
Par abus de langage, développer est souvent employé au sens de : supprimer les parenthèses.
Factoriser consiste, à l'inverse, à transformer une **somme en produit**.
La propriété de la **distributivité** du produit sur la somme permet ces transformations :

k(a + b) = ka + kb (règle de base)
(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd (règle générale)



L'aire du rectangle peut se calculer de deux manières : soit en considérant le rectangle de dimensions (a + b) et (c + d), soit en considérant les quatre petits rectangles le composant. On obtient alors deux expressions équivalentes qui généralisent la règle de distributivité à des produits dont les deux facteurs sont des sommes.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Pour développer ce produit de deux sommes, on multiplie chaque terme de la première par chaque terme de la deuxième.

2) Factorisations

a) Facteur commun du type ax^n

Exemple :

$A = 36x^5 - 54x^3 + 90x^6$

Bien repérer les différents termes.(ici, il y en a trois)

Chercher le plus grand nombre divisant 36, 54 et 90 : c'est 18.

Chercher le plus petit exposant de x dans l'ensemble des trois termes. C'est 3.

Le facteur commun est donc : $18x^3$

Factoriser chacun des termes :

$36x^5 = 18x^3 \times 2x^2$ $\quad - 54x^3 = 18x^3 \times (-3)$ $\quad 90x^6 = 18x^3 \times 5x^3$

On peut alors écrire la forme factorisée de A : $18x^3 (2x^2 - 3 + 5x^3)$

b) Facteur commun du type (ax + b)

Exemple :

$B = (2x + 1)(5 - 2x) - 2(3 - 5x)(1 + 2x)$

Bien repérer les différents termes.(ici, il y en a deux)

Reconnaître les facteurs identiques : $(2x + 1)$ et $(1 + 2x)$ sont égaux.

Factoriser chacun des termes : $(2x + 1) \times (5 - 2x)$

$- 2(3 - 5x)(1 + 2x) = (2x + 1) \times [- 2(3 + 5x)]$

On peut alors écrire la forme factorisée de B : $(2x + 1)[(5 - 2x) - 2(3 + 5x)]$

On peut ensuite réduire l'expression dans les crochets :

$$B = (2x + 1)(5 - 2x - 6 + 10x) = (2x + 1)(8x - 1)$$

3) Identités remarquables

Certains produits particuliers qui sont très présents dans de nombreuses expressions offrent des formes particulières de développement. (c'est pourquoi on les remarque).

Mais surtout, il est utile d'en connaître les développements particuliers pour ensuite reconnaître dans les formes développées les factorisations possibles.

On appelle identités remarquables les deux formes toujours égales de certaines de ces expressions. On en retiendra trois pour le moment :

	Identités factorisée		Identités développée
Carré d'une somme	$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$
Carré d'une différence	$(a - b)^2$	=	$a^2 - 2ab + b^2$
Produit de la somme et de la différence	$(a + b)(a - b)$	=	$a^2 - b^2$

$\longmapsto$ Développement $\longrightarrow$

$\longleftarrow$ Factorisation $\longleftarrow\!\!|$

- $(a + b)^2$ est un **produit** remarquable.
- $a^2 - 2ab + b^2$ est une **somme** remarquable.
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ est une **identité** remarquable.

4) Factoriser avec les identités remarquables

Quand apparaissent des carrés dans les expressions que l'on souhaite factoriser, il n'est pas toujours possible d'utiliser la méthode classique de la distributivité directe par recherche du facteur commun.
On peut alors essayer d'utiliser les identités remarquables.

$$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2} \quad ❶$$

$$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2} \quad ❷$$

$$\mathbf{a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)} \quad ❸$$

Il est aussi important de connaître et de reconnaître ces formes développées des produits remarquables, qui seront nécessaires pour factoriser.

Exercices type

Exercice 1

Pour chacune des expressions suivantes, indiquer s'il s'agit d'une somme et énumérer ses termes, ou d'un produit et énumérer ses facteurs.
$A = 4(5 - x)y$
$B = 7 + 5(x + 2)$
$C = 3 \times 2x + 3 \times (x - 5)$
$D = (x + 1)(x + 2) \times 2x - 1$

Solution :

Les règles de priorité déterminent la nature des expressions. Pour reconnaître la nature des expressions, il faut repérer les produits prioritaires, notamment ceux qui ne sont pas signalés par le signe de multiplication.
$A = 4(5 - x)y$. Ici il n'y a que des produits.
A est donc le produit de trois facteurs qui sont : 4, $(5 - x)$ et y

$B = 7 + \underbrace{5 \times (x + 2)}_{\text{prioritaire}}$

Il s'agit donc de la somme de deux termes qui sont 7 et $5(x + 2)$

$C = \underbrace{\underline{3 \times 2x} + \underline{3 \times (x - 5)}}_{\text{produits prioritaires}}$

Il s'agit donc de la somme de deux termes qui sont $(3 \times 2x)$ et $3 \times (x - 5)$

$D = \underbrace{(x + 1)(x + 2) \times 2x}_{\text{prioritaire}} - 1$

Il s'agit donc de la somme de deux termes qui sont $[(x + 1)(x + 2) \times 2x]$ et $(- 1)$

Exercice 2

Exprimer l'inverse des expressions suivantes (pour les valeurs de a qui ne rendent pas B nulle):

$$A = \frac{2 + \frac{1}{5}}{7 - \frac{5}{3}} \qquad B = \frac{1}{1 + a} + 1 - a$$

Solution :

La première écriture que l'on peut donner des inverses est celle qui découle de la définition : l'inverse de A est $\frac{1}{A}$. On pourrait donc écrire ici : $\frac{1}{A} = \frac{1}{\frac{2 + \frac{1}{5}}{7 - \frac{5}{3}}}$, mais le but de l'exercice est bien sûr d'exprimer ce nombre le plus simplement possible. Il vaut mieux donc commencer par donner une écriture simplifiée de A.

$A = \dfrac{2+\dfrac{1}{5}}{7-\dfrac{5}{3}} = \dfrac{\dfrac{11}{5}}{\dfrac{16}{3}} = \dfrac{11}{5} \times \dfrac{3}{16} = \dfrac{33}{80}$; alors $\dfrac{1}{A} = \dfrac{80}{33}$

$B = \dfrac{1}{1+a} + 1 - a \quad \dfrac{1}{B} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{1+a} + 1 - a}$

$B = \dfrac{1}{1+a} + 1 - a = \dfrac{1}{1+a} + \dfrac{(1-a)(1+a)}{1+a} = \dfrac{1+(1-a)(1+a)}{1+a} = \dfrac{1+1-a^2}{1+a} = \dfrac{2-a^2}{1+a}$

$\dfrac{1}{B} = \dfrac{1+a}{2-a^2}$

Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes lorsque c'est possible :

$A = 4x + 5y$

$B = x^2 - 6x + 12$

$C = 4a^2 + 25$

$D = 16x^2 - 7y^2$

$E = -5a^2 - 3b^2$

Solution :

$A = 4x + 5y$ ne présente pas de factorisation intéressante. Bien sûr, il est toujours possible de factoriser une somme. Par exemple, ici, on pourrait proposer :

$A = 4(x + \dfrac{5}{4}y)$ ou bien $5(\dfrac{4}{5}x + y)$ ou bien d'autres formes qui ne présentent guère d'intérêt

$B = x^2 - 6x + 12$. On reconnaît une forme qui peut être comparée à $a^2 - 2ab + b^2$.

Ici $a^2 = x^2$ et $a = x$; $b^2 = 12$ et alors $b = \sqrt{12}$; enfin 2ab serait dès lors égal à $2\sqrt{12}\,x$ et non à 6. Donc B n'est **pas factorisable***.

$C = 4a^2 + 25$. La seule somme remarquable utilisant deux termes est $(a^2 - b^2)$. Il s'agit de la **différence de deux positifs**. Or, dans C, il s'agit d'une somme de deux positifs qui ne correspond donc pas à cette situation. C n'est **pas factorisable***.

$D = 16x^2 - 7y^2$. $16x^2$ est le carré de $4x$ et $7y^2$ est le carré de $\sqrt{7}\,y$. D est factorisable :

$D = \left(4x + \sqrt{7}\,y\right)\left(4x - \sqrt{7}\,y\right)$

$E = -5a^2 - 3b^2$ Pour comparer à la forme $(a^2 - b^2)$, il faudrait faire apparaître E sous la forme $(-5a^2) - (3b^2)$. Mais, dès lors, il ne s'agit pas d'une différence de deux **positifs**. En effet, $(-5a^2)$ est négatif. E n'est **pas factorisable***.

* Pour B, C et E, pas factorisable signifie qu'il n'y a pas de factorisation intéressante (voir ce qui concerne A).

Exercices non à soumettre

Les corrigés sont en fin de fascicule

Exercice 1

Associer deux à deux (une expression algébrique et sa description).

expression algébrique	**description**
$x + y$	La somme
$x^2 - y^2$	Le produit
$2(x + y)^2$	Le double produit
$(x - y)^2$	Le carré de la somme
xy	La somme des carrés
$(x + y)^2$	Le double du carré de la somme
$(x - y)(x + y)$	Le carré du double de la somme
$2xy$	Le carré de la différence
$[2(x + y)]^2$	La différence des carrés
$x^2 + y^2$	Le produit de la somme par la différence

Exercice 2

Les trois nombres : a , b et c sont supposés non nuls. Décrire ces sept expressions :

$ab + c$ $\quad \frac{a}{b} \times c$ $\quad a(b + c)$ $\quad \frac{a}{b} + c$ $\quad \frac{a + c}{b}$ $\quad ab + ac$ $\quad (a - b)^2$

Exercice 3

Exprimer les inverses de : $A = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$; $B = \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{a}\right)$; $C = \left(\frac{a}{b} + c\right)$; $D = \left(1 - \frac{a + b}{a - b}\right)$

Exercice 4

Supprimer les parenthèses puis réduire les écritures :

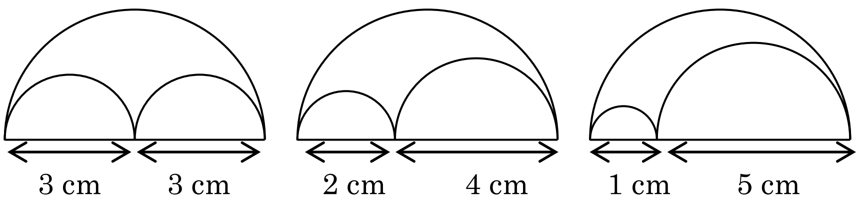
$A = 3x - (2x + 5)$ $\quad B = 4 + (-3x + 2)$ $\quad C = -2x - (-5x + 1) + 3$

$D = (x + 4) + (2x - 3)$ $\quad E = x - (2x - 3) + (x + 3)$ $\quad F = x - [-4x - (-x - 3)]$

$G = 3(x - 1)$ $\quad H = -2x(4x - 3)$ $\quad I = (2x + 1)(3x - 2)$

$J = (-x + 1)(x - 2)$ $\quad K = (2x + 3)(2x - 3)$ $\quad L = x + 2(x - 1)$

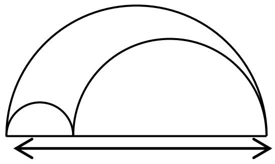
Exercice 5



Dans chacun de ces trois cas, comparer la longueur du grand arc de cercle à la somme des deux petits. (On exprimera ces longueurs en fonction de π, sans utiliser de valeurs approchées).

Généralisation :

Comparer la longueur du grand arc de cercle à la somme des deux petits dans le cas général où le diamètre du grand arc est D.



Exercice 6

Développer et réduire les expressions suivantes.

A =(4a + 3)(3a + 5)
B = (3a – 2)(4a – 7)
C = (5a + 7)(4a + 1)
D = (– 3a + 2)(5a – 4)
E = (2b – 3)(2b – 7)
F = (3a – 4)(4a – 11)
G = (5b – 2)(– 3b + 2)
H = (3x – 4)(5x + 2)
I = (– 4x + 17)(– 3x – 21)
J = (5a – 3b)(4b + 3a)
K = (– a + 5b)(4b + 3a)
L = (2a – b)(– 7b + 4a)

Exercice 7

Factoriser :

$A = 49 \times 3 - 7 \times 2$

$B = 10x^3 - 15x^2 + 5x$

$C = 2x(2x + 1) - 6(2x + 1)$

$D = (x + 6)^2 - 2(x + 6)(x - 1)$

$E = 4x^2 + 5x$

$F = 12x^2y + 7y$

$G = (5x - 3)(2x - 1) - 5(2x - 1)$

$H = (x + 3)^2 + (x + 4)(x + 3)$

Exercice 8

Soit E l'expression en fonction de x : $E(x) = (2x + 5)^2 - 5(2x + 5)$

Développer et réduire l'écriture de E

Factoriser l'expression E

Vérifier la cohérence des résultats en calculant E(2), la valeur de l'expression $E(x)$ dans chacune des trois écritures, lorsque $x = 2$

Exercice 9

Réduire les écritures suivantes :

$A = x + x$

$B = 4x \times (-3x) \times 2x$

$C = 2x^2 \times (-3x) \times 4x^2 \times (-5x)$

$D = -2x^2 + 3x + 1{,}2 + x^2 - \frac{x}{3} + 8$

$E = \frac{3x^2}{4} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{x}{3}$

$F = \frac{7}{9x^2} \times \frac{2x}{14} \times \frac{9x}{5}$

Exercice 10

Simplifier les écritures des expressions suivantes :

$A = -5a^2b \times \left(-2a^3 b\right)$

$B = -2y - (3y - 6x)$

$C = -(5y - x + 3) + 3(6x - 4)$

$D = \frac{1}{3}(3a - 7) - \frac{1}{4}(8 - 4a)$

Exercice 11

Développer et réduire

$A = x(2x + 1)$	$B = 3x(-2x + 2)$	$C = 5x^2(x + 7)$	$D = -\frac{4x}{3}(-6x + 9)$
$E = 3(2x + 1)(-x)$	$F = (5x - 2)(2x + 3)$	$G = (x - \frac{1}{2})(2x + 1)$	$H = 5(2x - 8)(1 + 3x)$
$I = \frac{4x + 1}{5}(3x + 2)$	$J = (2y - 3)(4 - 5y)$	$K = (\frac{4}{5} - 2x)(2x + \frac{4}{5})$	$L = -\frac{2 - x}{5}(5x - 10)$

Exercice 12

Factoriser les expressions suivantes

$A = 60x - 24x + 36x$
$B = 42x^2 - 28x^2 + 70x^2$
$C = 7x^2 + 6x^2 - 6x$
$D = 4x^2 - 3x$
$E = 78x^2 + 54x^3 + 42x$
$F = 24xy^2z + 56xy - 8x^2y$

Exercice 13

Factoriser les expressions suivantes

$A = 3(x + 1)(7 - 2x) + (7 - 2x)(2 + x)$
$B = 2(3 - x)(x + 2) - 3(x + 2)(4 + x)$
$C = (2 - 3x)(6 + x) - 3(x - 1)(2 - 3x)$
$D = 3(4x - 2)(x + 7) + 5(x + 7)(3x - 1)$
$E = (2x - 3)(7 + 5x) - (2x - 3)$
$F = (3 - 2x)(5 - x) - (3 - 2x)(7 - 4x)$
$G = (6 - 4x)(x + 5) + 2(3 - 2x)(x - 8)$
$H = (4x - 1) - 3x(8x - 2)$
$I = (2x + 3)^2 + 5(2x + 3)$
$J = 2 + (3x + 1)^2 + 6x$

Exercice 14

$A = (2x + 3)^2 + 5(2x + 3) = (2x + 3)(2x + 8)$
$B = 2 + (3x + 1)^2 + 6x = (3x + 1)(3x + 3)$
$C = (x + 2)(-5x - 6)$
Ces factorisations sont correctes, mais on peut donner d'autres formes factorisées qui sont souvent considérées comme meilleures que celles qui sont ici proposées.
Pour A, on peut remarquer que le facteur $(2x + 8)$ peut s'écrire $2(x + 4)$. On a alors :
$A = (2x + 3)[2(x + 4)]$ que l'on écrira en général : $2(2x + 3)(x + 4)$
Pour B : $3x + 3 = 3(x + 1)$. On a alors $B = 3(3x + 1)(x + 1)$
Pour $C = (x + 2)(-5x - 6)$.
On peut remarquer que : $-5x - 6 = -(5x + 6)$. C peut alors s'écrire : $-(x + 2)(5x + 6)$

Dans toutes ces nouvelles factorisations, l'idée est, lorsque c'est possible, de factoriser "le plus possible", c'est à dire de rechercher dans chaque facteur d'éventuels facteurs communs afin que chacun des facteurs s'écrive avec les nombres les plus petits possible.
De la même manière, "améliorer" les formes factorisées suivantes :
$A = (6x - 2)(5x + 7)$
$B = (4x + 8)(3x - 6)$
$C = (2x - 1)(-3x - 5)$.

Exercice 15

Développer et réduire les produits suivants :

$A=\left(\frac{x}{2}-2\right)^2$ $B=\left(\frac{x}{3}+5\right)^2$ $C=(-2x+0{,}5)^2$ $D=\left(-\frac{3}{2}-\frac{x}{3}\right)^2$ $E=(3x-1)^2$

$F=(4x-3)^2$ $G=(-7+5x)^2$ $H=\left(-3x-\frac{1}{3}\right)^2$ $I=\left(3x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{1}{2}\right)$ $J=\left(-\frac{3}{5}+\frac{7}{3}x\right)^2$

Exercice 16

Simplifier chacune des fractions proposées, et dans chaque cas, donner une vérification en attribuant une valeur à a.

$A=\frac{4a^2+4}{2a}$ $B=\frac{a^2+a}{3a}$ $C=\frac{a^2+a}{2a+2}$ $D=\frac{a^2+4a+4}{3a+6}$

$E=\frac{4a+8}{16}$ $F=\frac{a(3a+1)-2(a^2+a-1)-(a+1)}{5(2-3a)+9(2a-1)-(a+3)}$

Exercice 17

Factoriser les expressions suivantes :

$A=x^2-x+\frac{1}{4}$

$B=x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$

$C=9x^2+12x+4$

$D=\frac{x^2}{4}-x+1$

$E=\frac{x^2}{9}+\frac{x}{3}+\frac{1}{4}$

$F=\frac{25}{4}x^2-x+\frac{1}{25}$

$G=3x^2-\frac{3}{4}$

$H=\frac{x^2}{2}-\frac{1}{8}$

$I=(x-1)^2+(3x-3)(2x+1)$

$J=(4x+7)(5x+2)+(10x+4)(x+5)$

$K=x^2-4+(x+2)(3x+1)$

$L=16(x^2-25)-(20+4x)(2x-7)$

Exercice 18

Compléter chacune de ces sommes afin d'obtenir le développement d'un carré à préciser :

$A=x^2+x+$ …… $B=4a^2-4a+$ …… $C=4x^2-20xy+$ ………

$D=1-2a$ ……… $E=9x^2-12xy$ …… $F=x^2+\frac{1}{4}$ …………

Exercice 19

Factoriser les expressions suivantes :

$A=25x^2+70x+49$ $B=9x^2-24x+16$ $C=16-x^2$

$D=64x^2-9$ $E=4x^2+36+24x$ $F=(x-1)^2-36$

$G=8x^2+32+32x$ $H=9x^2+48x+64$ $I=20x^2-45$

$J=16x^2-25$ $K=9x^2-64$ $L=(x+5)^2+4(x+5)$

$M=x^2-8x+16$ $N=81x^2-16x$ $N=25x^2+9-30x$

Exercice 20

Factoriser les expressions suivantes :

$A = (2x - 3)(x + 1) - 5(6x - 9)$

$B = (16x^2 - 1) - (4x - 1)(x - 3)$

$C = 2x^2 - 8$

$D = 12x - 60x^2 + 75x^3$

$E = 4x^2 - 9 - (5x - 4)(2x + 3)$

$F = 7x^2 - 14\,xy + 21x$

Exercice 21

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 15x^3 + 10x^2 + 5x$

$B = -7x(x + 2) + 14(x + 2)$

$C = (2x - 5)^2 + 3(2x - 5)$

$D = (3x - 5)^3 + 3x - 5$

Exercice 22

Factoriser les expressions suivantes :

$A = (3x - 1)(x - 2) - 3x(2 - x)$

$B = (2x + 1)(3 - x) + (x - 3)(3x - 5)$

$C = (5 + x)(4 - 3x) + (3x - 4)(x - 4)$

$D = (4x - 8)(1 - 2x) - (9x - 18)(5 - x)$

Exercice 23

Développer les expressions :

$A(x) = (x + 3)^2 + (2x + 1)^2$

$B(x) = (2 - x)^2 + (4 + x)(4 - x)$

Factoriser les expressions :

$C(x) = (3x - 5)^2 - (1 - 2x)^2$

$D(x) = (4x - 3)(2 - x) + (9 - 12x)(10x + 9)$

$E(h) = \pi R^2 h + \frac{2}{3}\pi R^3$.

Exercice 24

Transformer les expressions suivantes A, B et C, afin de retrouver leur forme simplifiée (on suppose que $a \neq -1$).

$A = \frac{a^2}{a+1} - \frac{1}{a+1}$ $\qquad B = \frac{1}{a+1} + \frac{2}{a^2-1}$ $\qquad C = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1} + \frac{2}{a^2-1}$

Exercice 25

Si n désigne un entier naturel, le nombre entier qui suit n est désigné par l'écriture (n + 1). On dit que n et (n + 1) sont deux entiers consécutifs.
Donner une écriture simplifiée de la différence des carrés de deux entiers consécutifs.
Appliquer le résultat précédent pour calculer :
$(40^2 - 39^2)$, puis $(135^2 - 134^2)$, $(456^2 - 455^2)$; puis $(7\,564^2 - 7\,563^2)$

Exercice 26

Développer $(a - 1)^2$ et $(a + 1)^2$
Sachant que le carré de 70 est égal à 4 900, montrer comment calculer 71^2.

Sachant que le carré de 90 est égal à 8 100, montrer comment calculer 89^2.

Exercice 27

Développer $(10d + 5)^2$.
Comment obtient-on le nombre de centaines du carré d'un nombre se terminant par 5?
Calculer de cette manière : 65^2, 95^2, 115^2, 995^2

Exercice 28

Montrer comment on peut combiner les résultats obtenus aux deux exercices précédents pour calculer de tête les nombres suivants :
36^2, 54^2, 96^2, 104^2.

Exercice 29

Factoriser en utilisant les égalités remarquables

$A = (3x - 5)^2 - (8 + 2x)^2$
$B = (5 - 2x)^2 - (4x + 9)^2$
$C = (1 - x)^2 - (3 + x)^2$
$D = 4(3x + 2)^2 - (5x - 1)^2$
$E = (6 + 2x)^2 - 9(x - 4)^2$
$F = -(x + 7)^2 + 16$
$G = 16(3x - 2)^2 - 9(4x + 7)^2$
$H = 36x^2 - (4 - 7x)^2$
$I = \frac{1}{4}(5x - 3)^2 - \frac{1}{9}(3x + 4)^2$
$J = (4x^2 - 12x + 9) - (x^2 - 10x + 25)$
$K = x^2 + 6x - 1 - 4x^2 - 4x + 9$
$L = \frac{2}{9}(5x - 4)^2 - \frac{9}{8}(1 - 3x)^2$

Exercice 30

Factoriser lorsque c'est possible

$A = y^2 - 8y + 16$
$B = x^2 + 25$
$C = x^2 - 8$
$D = x^2 - 2x + 1$
$E = x^2 + 2x - 1$
$F = 4a^2 + 12a + 9$
$G = 9 + 25b^2 - 30b$
$H = -9 + 16a^2$
$I = 81a^2 + 100$
$J = 36 - 25b^2$

Exercice 31

Développer les expressions suivantes :

$(-a - b)^2$ $\quad (-a + b)^2$ $\quad (a - b)(-a - b)$
$-(a + b)^2$ $\quad -(a - b)^2$ $\quad -(a + b)(a - b)$

Comparer $2(a + b)^2$ et $[2(a + b)]^2$