

Nombre _____

Representar la suma de números enteros

Pregunta esencial ¿Cómo puedes representar la suma de números enteros en una recta numérica?

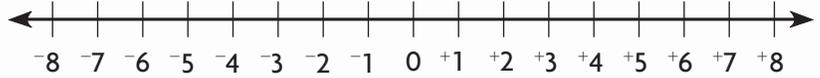
¡Soluciona el problema *En el mundo*

En la primera ronda de un juego, Laura perdió 5 puntos. Luego ganó 9 puntos en la segunda ronda. ¿Cuál es su puntaje después de la segunda ronda?

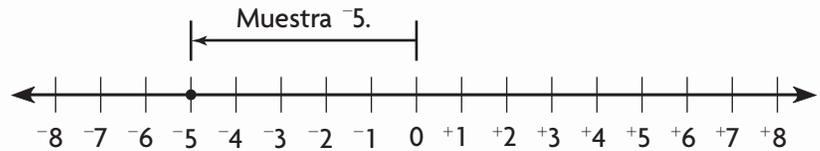
- ¿Cómo puedes representar una pérdida de 5 puntos con un número entero? _____
- ¿Cómo puedes representar una suma de 9 puntos con un número entero? _____

Halla $-5 + +9$.

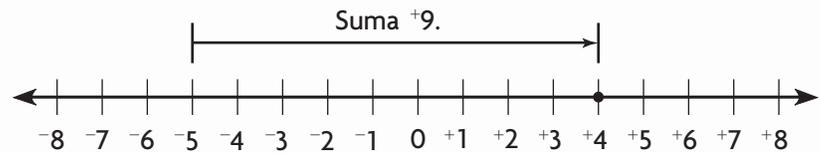
PASO 1 Dibuja una recta numérica.



PASO 2 Comienza en 0. Desplázate 5 unidades hacia la _____ para mostrar -5 .



PASO 3 Desde -5 , desplázate 9 unidades hacia la _____ para sumar $+9$.



$-5 + +9 =$ _____

Entonces, después de la segunda ronda, el puntaje de Laura es _____.

Charla matemática **Prácticas matemáticas**

¿ $-5 + +8$ es igual a $+8 + -5$? Explícalo.

¡Inténtalo! Indica cómo usar una recta numérica para hallar la suma.

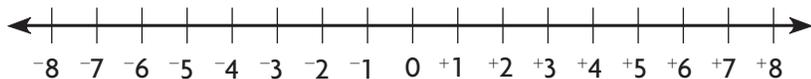
A. $+6 + -8$

B. $-2 + -6$

Comparte y muestra



1. Usa la recta numérica para hallar $+4 + -7$.



Comienza en _____.

Desplázate 4 unidades hacia la _____. Luego desplázate 7 unidades

hacia la _____.

La suma es _____.

Dibuja una recta numérica para hallar la suma.

2. $-3 + +1$ _____

3. $-5 + -1$ _____

4. $+6 + -6$ _____

Por tu cuenta

Dibuja una recta numérica para hallar la suma.

5. $-8 + +4$ _____

6. $-3 + -3$ _____

7. $+7 + -9$ _____

8. $+5 + -4$ _____

9. $-4 + -3$ _____

10. $-2 + +10$ _____

Resolución de problemas



11. En un partido de fútbol americano, el equipo de Jim ganó 7 yardas en la primera jugada, perdió 2 yardas en la segunda jugada y perdió 10 yardas en la tercera jugada. ¿Cuántas yardas en total ganó o perdió el equipo de Jim después de tres jugadas?
- _____

12. Por la mañana, la temperatura era -3°F . Al mediodía, había aumentado 10°F . ¿Cuál era la temperatura al mediodía?
- _____

Nombre _____

Representar la resta de números enteros

Pregunta esencial ¿Cómo puedes representar la resta de números enteros en una recta numérica?

Soluciona el problema

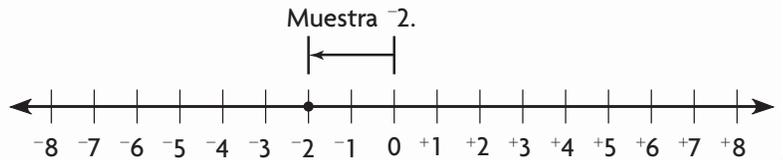
A las 6:00 p. m., la temperatura era -2°F . A la medianoche, había disminuido 5°F . ¿Cuál era la temperatura a la medianoche?

 **Halla** $-2 - +5$.

PASO 1 Dibuja una recta numérica.

Comienza en 0 y desplázate 2 unidades hacia la

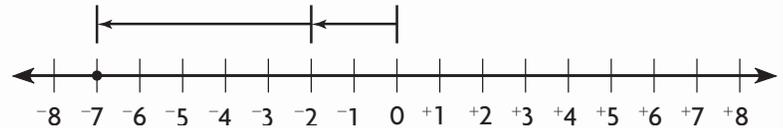
_____ para mostrar -2 .



PASO 2 Desde -2 , desplázate 5 unidades hacia la

_____ para restar $+5$.

$-2 - +5 = \underline{\hspace{2cm}}$

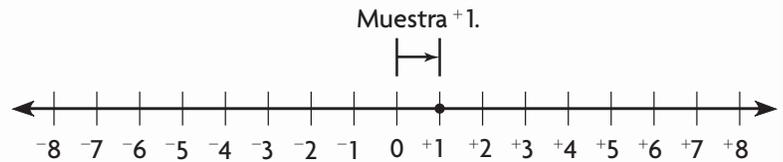


Entonces, a la medianoche la temperatura era -7°F .

EJEMPLO Halla $+1 - -4$.

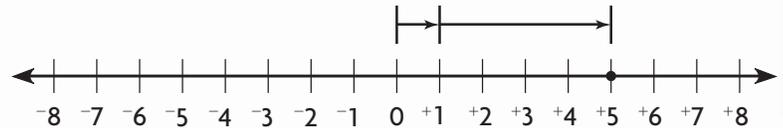
PASO 1 Dibuja una recta numérica. Comienza en 0 y desplázate 1 unidad hacia

la _____ para mostrar $+1$.



PASO 2 Desde $+1$, desplázate 4 unidades hacia la derecha para restar -4 .

Entonces, $+1 - -4 = \underline{\hspace{2cm}}$.



Charla matemática

Prácticas matemáticas

¿ $+1 - -4$ será igual a $-4 - +1$?
Explícalo.

Comparte y muestra



1. Usa la recta numérica para hallar $-3 - -3$.



Comienza en _____.

Desplázate 3 unidades hacia la _____.

Desplázate hacia la _____ en la recta numérica para restar -3 .

La diferencia es _____.

Dibuja una recta numérica para hallar la diferencia.

2. $-3 - +4$ _____

3. $+5 - +9$ _____

4. $+2 - -4$ _____

Por tu cuenta

Dibuja una recta numérica para hallar la diferencia.

5. $-2 - +2$ _____

6. $+1 - -6$ _____

7. $-7 - -7$ _____

8. $+4 - -4$ _____

9. $+3 - +6$ _____

10. $-8 - -3$ _____

Resolución de problemas



11. En un torneo de golf, Tim obtuvo un puntaje de $+2$ en la primera ronda y un puntaje de -3 en la segunda ronda. ¿Cuál fue la diferencia entre los puntajes que obtuvo en la primera ronda y en la segunda ronda?

12. La temperatura máxima de un día fue -3°F . La temperatura mínima fue -7°F . ¿Cuál fue la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima de ese día?

Nombre _____

Representar la multiplicación de números enteros

Pregunta esencial ¿Cómo puedes representar la multiplicación de números enteros en una recta numérica?

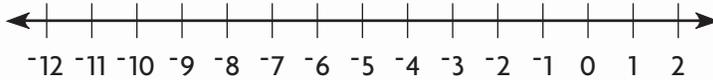
Soluciona el problema En el mundo

Kayla está practicando submarinismo para explorar arrecifes de coral. Hace 5 descensos iguales de 2 metros cada uno. ¿Cuál es la altitud de Kayla al final de su descenso?

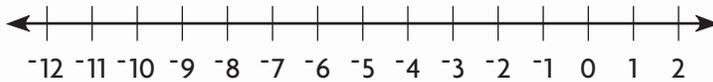
 **Halla** $-2 \times +5$.

Por la propiedad conmutativa, $-2 \times 5 = 5 \times -2$.

PASO 1 Dibuja una recta numérica.



PASO 2 Comienza en 0. Muestra cinco grupos de -2 .



$+5 \times -2 = -10$

Entonces, la altitud de Kayla al final de su descenso es _____ pies.

Idea matemática

5×-2 significa 5 grupos de -2 .

Charla matemática

Prácticas matemáticas

¿Qué notas acerca del signo del producto cuando multiplicas un número entero positivo y un número entero negativo?

¡Inténtalo! Indica cómo usar una recta numérica para hallar el producto.

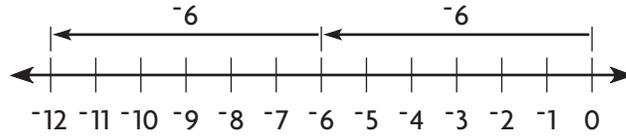
A. $+3 \times (-2)$

B. $-4 \times +6$

Comparte y muestra



1. Usa la recta numérica para hallar $+2 \times (-6)$.



Comienza en _____.

Muestra _____ grupos de _____.

El producto es _____.

Dibuja una recta numérica para hallar el producto.

2. $+4 \times (-1)$

3. $-5 \times +3$

4. $+7 \times (-2)$

Por tu cuenta

Dibuja una recta numérica para hallar el producto.

5. $-4 \times +3$

6. $+3 \times (-7)$

7. $-2 \times +4$

8. $+5 \times (-6)$

9. $-9 \times +2$

10. $+6 \times (-8)$

Resolución de problemas



11. El tamaño del glaciar Milam está cambiando a una tasa de -3 pies por mes. Escribe un enunciado numérico para mostrar el cambio de tamaño del glaciar después de 3 meses.

12. Un elevador parte del vestíbulo de un edificio y desciende hasta el sótano. La altitud del elevador cambia -6 metros por segundo. ¿Cuánto cambia la altitud del elevador después de 3 segundos?

Nombre _____

Revisión

Conceptos y destrezas

Dibuja una recta numérica para hallar la suma, la diferencia o el producto.

1. $+4 + (-2)$

2. $+5 - (-1)$

3. $+6 \times (-2)$

4. $-2 - +7$

5. $+7 + (-2)$

6. $-3 \times +1$

7. $0 - +4$

8. $+3 \times (-2)$

9. $-1 + +5$

10. $-3 \times +7$

11. $-6 + +8$

12. $-2 - +4$

13. $+10 + (-12)$

14. $-1 - +5$

15. $-6 \times +3$

Resolución de problemas



16. El precio de unas acciones aumentó \$6 y luego disminuyó \$8. ¿Qué número entero representa el cambio total de precio?

17. El capitán de un barco está 1 metro sobre el nivel del mar. Un submarinista está 8 metros por debajo del nivel del mar. ¿Cuál es la diferencia de altitud entre el capitán y el submarinista?

18. Un investigador reduce la temperatura de una muestra 3° por hora, durante cuatro horas. ¿Qué número entero representa el cambio total de temperatura?

Elige la letra de la respuesta correcta.

19. Cuando Carlos se fue a la cama, la temperatura era -2 °F. Mientras dormía, la temperatura aumentó 5 °F. ¿Cuál era la temperatura cuando Carlos se despertó?
- (A) -7 °F
(B) -3 °F
(C) 3 °F
(D) 7 °F
20. Para prepararse para el aterrizaje, un avión a reacción hace 5 descensos iguales de 200 metros. ¿Qué número entero representa el cambio total de altitud?
- (A) -200
(B) -500
(C) $-1,000$
(D) $-2,000$
21. La temperatura en la base de una montaña es 16 °F. En la cima, la temperatura es -4 °F. ¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas de la base y de la cima de la montaña?
- (A) 20 °F
(B) 12 °F
(C) -12 °F
(D) -20 °F
22. En un juego de una feria, Juan ganó 11 boletos en el primer turno, perdió 5 boletos en el segundo turno y perdió 4 boletos en el tercer turno. ¿Qué número entero representa la cantidad de boletos que tenía Juan después de tres turnos?
- (A) 20
(B) -2
(C) 2
(D) -20
23. Un submarino que navega a 30 metros por debajo del nivel del mar se eleva 20 metros. ¿Qué número entero representa la nueva altitud del submarino?
- (A) -50
(B) -10
(C) 10
(D) 20
24. ¿Cuál de estas expresiones tiene el mayor valor?
- (A) $-1 + +7$
(B) $+2 \times (-4)$
(C) $+8 - (-3)$
(D) $-4 + +5$

Nombre _____

Simplificar fracciones complejas

Pregunta esencial ¿Cómo puedes simplificar fracciones complejas?

Una **fracción compleja** es una fracción en la que el numerador, el denominador o ambos contienen fracciones.

Soluciona el problema En el mundo

Jerrod nadó $\frac{1}{2}$ milla en $\frac{1}{4}$ de hora. La fracción compleja $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$ es una razón que representa la velocidad de Jerrod en millas por hora.

 **Simplifica la fracción compleja que muestra la velocidad de Jerrod para hallar la tasa por unidad.**

PASO 1 Escribe la fracción compleja como una división.

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$$

PASO 2 Usa el recíproco del divisor para escribir un problema de multiplicación. Multiplica. Escribe el resultado en su mínima expresión.

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4^2}{1} = 2$$

Entonces, la velocidad de Jerrod fue 2 millas por hora.

- ¿Qué operación representa la barra entre el numerador y el denominador de una fracción?
- _____

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Explica cómo puedes usar la división para simplificar una fracción compleja.

 **Ejemplo** Simplifica $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}$.

PASO 1 Escribe la fracción compleja como una división.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$$

PASO 2 Usa el recíproco del divisor para escribir un problema de multiplicación. Multiplica. Escribe el resultado en su mínima expresión.

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Entonces, $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

Comparte y muestra



Simplifica $\frac{1}{\frac{4}{\frac{3}{5}}}$.

1. Usa la división para escribir la fracción compleja: $\frac{1}{\frac{4}{\frac{3}{5}}} =$ _____
2. Usa el recíproco del divisor para escribir un problema de multiplicación. Multiplica. Escribe el resultado en su mínima expresión.

$$\frac{1}{4} \times \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Simplifica la fracción compleja. Escribe el resultado en su mínima expresión.

3. $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}$

4. $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{5}}$

5. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$

Por tu cuenta

Simplifica la fracción compleja. Escribe el resultado en su mínima expresión.

6. $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{5}}$

7. $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{5}}$

8. $\frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}}$

9. $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{4}}$

10. $\frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{3}}$

11. $\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{8}}$

Resolución de problemas



12. Meg corrió $\frac{7}{8}$ de milla en $\frac{1}{8}$ de hora. ¿A qué velocidad corrió en millas por hora?

13. Kareem necesita $\frac{3}{4}$ de taza de harina para hornear una tanda de magdalenas. Tiene $\frac{1}{2}$ taza. ¿Qué fracción de una tanda puede hornear Kareem?

Nombre _____

Identificar relaciones de proporción

Pregunta esencial ¿Cómo puedes identificar una relación de proporción?

Una **relación de proporción** es una relación entre dos cantidades en la que la razón de una cantidad a la otra es constante.

Soluciona el problema En el mundo

El kudzu es una planta de crecimiento rápido que se encuentra en el sudeste de los Estados Unidos. En verano, el kudzu crece 12 pulgadas por día. ¿La relación entre la longitud de una planta de kudzu y el número de días que ha estado creciendo es una relación de proporción?

- ¿Qué operación puedes usar para hallar la longitud de una planta de kudzu después de cierto número de días?



Halla y compara la razón de la longitud de una planta de kudzu al número de días que ha estado creciendo.

PASO 1 Haz una tabla de valores.

Número de días	1	2	3	4	5
Longitud (pulg)	12	24	36	48	60

PASO 2 Halla y compara las razones.

$$\frac{\text{longitud (pulg)}}{\text{número de días}} = \frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{36}{3} = \frac{48}{4} = \frac{60}{5} = 12$$

Las razones son constantes.

Entonces, la relación es una relación de proporción.



Ejemplo

Judy maneja 150 millas en 3 horas, 250 millas en 5 horas y 400 millas en 8 horas. ¿La relación entre distancia y tiempo es una relación de proporción? Si es así, ¿cuál es la tasa por unidad?

Halla y compara las razones: $\frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{150}{3} = \frac{250}{5} = \frac{400}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

Las razones son constantes.

Entonces, la relación es una relación de proporción.

La tasa por unidad es la razón que da la distancia recorrida en una hora. La tasa por unidad es _____ millas por hora.

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Describe la conexión entre las relaciones de proporción y las tasas por unidad.

Comparte y muestra



Cada taza de arándanos contiene 4 mg de vitamina C.

¿La relación entre la cantidad de vitamina C y el número de tazas es una relación de proporción?

1. Haz una tabla de valores.

Número de tazas	1	2	3	4	5
Vitamina C (mg)	4				

2. Halla la razón de la cantidad de vitamina C al número de tazas de arándanos.

3. ¿La relación es una relación de proporción?

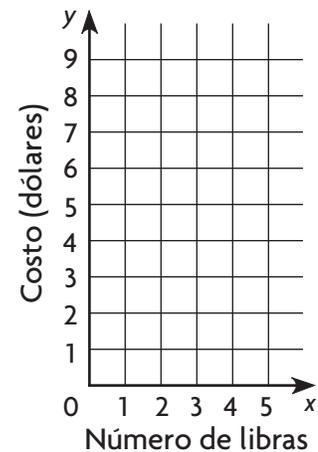
Por tu cuenta

4. Cada libra de arándanos secos cuesta \$3.50. ¿La relación entre el costo y el número de libras es una relación de proporción?

5. La ecuación $y = 2x$ representa el costo y de comprar x libras de queso. Completa la tabla y marca los pares ordenados. Indica si la relación entre y y x es una relación de proporción y describe lo que observas sobre los puntos que marcaste.

Libras, x	1	2	3	4
Dólares, y				

Costo del queso



Resolución de problemas



6. Un elevador asciende 40 pies en 2 segundos, 100 pies en 5 segundos y 180 pies en 9 segundos. ¿La relación entre la distancia y el tiempo es una relación de proporción? Si es así, ¿cuál es la tasa por unidad?

7. Drew escribe 45 palabras en 1 minuto, 120 palabras en 3 minutos y 184 palabras en 4 minutos. ¿La relación entre el número de palabras y el tiempo es una relación de proporción? Si es así, ¿cuál es la tasa por unidad?

Nombre _____

Analizar relaciones de proporción

Pregunta esencial ¿Cómo puedes identificar la constante de proporcionalidad en una relación de proporción?

Una relación de proporción es una relación entre dos variables, x e y , que se puede escribir como $y = kx$, ó $\frac{y}{x} = k$, donde k es un número distinto de cero que se llama *constante de proporcionalidad*. La gráfica de una relación de proporción es una línea recta que atraviesa el origen.

Soluciona el problema *En el mundo*

La ensalada de papa cuesta \$3 por libra en una tienda de comestibles local. Escribe y representa gráficamente una ecuación para la relación de proporción. Indica la constante de proporcionalidad.

Analiza la relación.

PASO 1 Escribe una ecuación para la relación. Sea x el número de libras de ensalada de papa. Sea y el costo de comprar x libras.

Costo = \$3 por el número de libras
 $y = 3 \cdot x$
 $y = 3x$

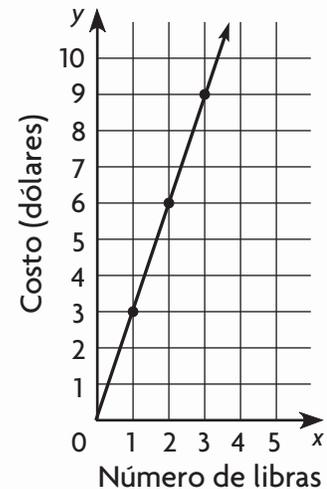
PASO 2 Haz una tabla de valores. Luego marca varios puntos y dibuja una línea a través de los puntos y del origen para representar gráficamente la relación.

x	y
1	3
2	6
3	9

PASO 3 Identifica la constante de proporcionalidad. La constante de proporcionalidad de $y = 3x$ es 3.

- ¿Qué operación usarás en tu ecuación para esta relación?

Costo de la ensalada de papa



Charla matemática **Prácticas matemáticas**

Explica por qué la ecuación $y = x$ representa una relación de proporción. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

Comparte y muestra



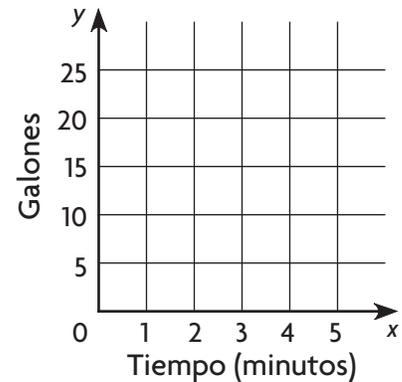
Durante una ducha se consumen 5 galones de agua por minuto. Usa esta información para resolver los ejercicios 1 a 3.

- Sea x el número de minutos. Sea y el número de galones de agua utilizada. Escribe una ecuación que relacione x e y .

- Indica la constante de proporcionalidad.

- Representa gráficamente la ecuación que escribiste en el Ejercicio 1.

Consumo de agua



Por tu cuenta

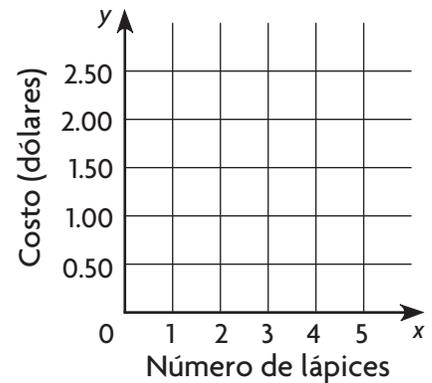
Los lápices cuestan \$0.50 cada uno. Usa esta información para resolver los ejercicios 4 a 6.

- Sea x el número de lápices e y el costo. Escribe una ecuación que relacione x e y .

- Indica la constante de proporcionalidad. _____

- Representa gráficamente la ecuación que escribiste en el Ejercicio 4.

Compra de lápices



Resolución de problemas



En la gráfica se muestran datos sobre los latidos del corazón típicos de una ballena. Usa la gráfica para resolver los ejercicios 7 a 9.

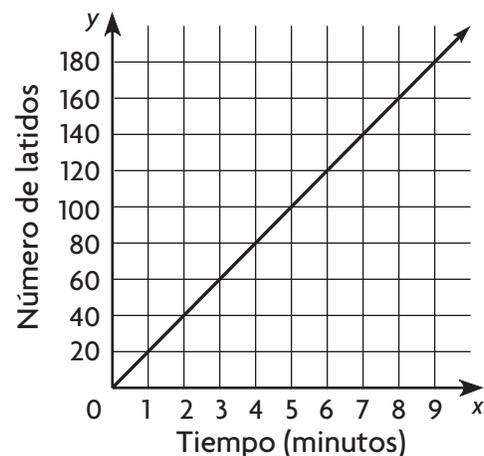
- Completa la tabla.

x	1	2	4		
y				140	160

- Usa la tabla para hallar la razón $\frac{y}{x}$. _____

- Escribe una ecuación que relacione x e y .

Datos de los latidos del corazón de una ballena



Nombre _____

Aplicar porcentajes

Pregunta esencial ¿Cómo puedes resolver problemas de porcentajes relacionados con descuentos e impuestos sobre las ventas?

Un **descuento** es un porcentaje que se resta de un precio.

El **impuesto sobre las ventas** es un porcentaje de un precio que se agrega al precio del objeto.

Soluciona el problema En el mundo

El precio normal de unos tenis es \$40. Una tienda ofrece un descuento del 15% en los tenis. ¿Cuál es el precio de oferta?

- ¿Cómo puedes escribir 15% como un número decimal?



Halla el descuento y el precio de oferta de los tenis.

PASO 1 Halla el 15% de 40.

$$15\% \text{ de } 40 = \frac{15}{100} \times 40 = 6$$

El descuento es \$6.

PASO 2 Resta para hallar el precio de oferta.

$$\text{precio normal} - \text{descuento} = \text{precio de oferta}$$

$$\$40 - \$6 = \$34$$

Entonces, el precio de oferta es \$34.



Ejemplo

Un par de vaqueros cuesta \$23 más impuestos. El impuesto sobre las ventas es del 8%. ¿Cuál es el impuesto sobre las ventas? ¿Cuál es el costo final de los vaqueros?

PASO 1 Halla el 8% de 23.

$$8\% \text{ de } 23 = \frac{8}{100} \times 23 = \underline{\hspace{2cm}}$$

El impuesto sobre las ventas es \$1.84.

PASO 2 Suma para hallar el costo total.

$$\text{precio} + \text{impuesto sobre las ventas} = \text{costo final}$$

$$\$23 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Entonces, el costo final es _____.

Charla matemática

Prácticas matemáticas

¿Cómo puedes usar la estimación para mostrar que tu respuesta es razonable?

Comparte y muestra



Un videojuego está en oferta con un 10% de descuento. El precio normal es \$29.00.

1. Halla el descuento.

$$\text{El } 10\% \text{ de } 29.00 = \underline{\hspace{2cm}} \times 29 = \underline{\hspace{2cm}}$$

El descuento es $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. Halla el precio de oferta del juego.

$$\text{precio normal} \quad - \quad \text{descuento} \quad = \quad \text{precio de oferta}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad - \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad = \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

El precio de oferta es $\underline{\hspace{2cm}}$.

Por tu cuenta

Halla el descuento y el precio de oferta.

3. precio normal: \$50

descuento: 20%

descuento: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

precio de oferta: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

4. precio normal: \$56

descuento: 25%

descuento: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

precio de oferta: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

Halla el impuesto sobre las ventas y el costo final.

5. precio: \$75

impuesto sobre las ventas: 6%

impuesto sobre las ventas: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

costo final: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

6. precio: \$25

impuesto sobre las ventas: 5%

impuesto sobre las ventas: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

costo final: \$ $\underline{\hspace{2cm}}$

Resolución de problemas



7. Un suéter que se vende normalmente a \$35 está en oferta con un 20% de descuento. ¿Cuál es el precio de oferta del suéter?

$\underline{\hspace{2cm}}$

8. Eileen tiene una tarjeta de regalo de \$15 para usar en una tienda de música. Usa la tarjeta para pagar un CD que cuesta \$12 + impuesto. Si el impuesto sobre las ventas es del 5%, ¿cuánto quedará en la tarjeta de regalo después de la compra?

$\underline{\hspace{2cm}}$

Nombre _____

Porcentaje de cambio

Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar un porcentaje de cambio?

Un **porcentaje de cambio** es una cantidad expresada como porcentaje que indica cuánto aumenta o disminuye un número. Si el número aumenta, es un **porcentaje de aumento**. Si el número disminuye, es un **porcentaje de disminución**. Para hallar un porcentaje de cambio, usa la siguiente fórmula:

$$\text{porcentaje de cambio} = \frac{\text{cantidad de cambio}}{\text{cantidad original}}$$

Soluciona el problema En el mundo

El gerente de una tienda sube el precio de un par de zapatos de \$40 a \$42. ¿Cuál es el porcentaje de cambio del precio?



Usa la fórmula para hallar el porcentaje de cambio.

PASO 1 El cambio es un aumento. Halla la cantidad del aumento: $42 - 40 = 2$.

PASO 2 Halla el porcentaje de aumento.

$$\begin{aligned} \text{porcentaje de cambio} &= \frac{\text{cantidad de cambio}}{\text{cantidad original}} \\ &= \frac{2}{40} \\ &= 0.05 = 5\% \end{aligned}$$

Escribe la fórmula.

Reemplaza.

Divide. Escribe el cociente como un porcentaje.

Entonces, el porcentaje de cambio es un aumento del 5%.

- ¿Qué palabra clave te indica que este problema se refiere a un aumento de precio?



Ejemplo Halla el porcentaje de cambio cuando la cantidad de agua de un tanque de almacenamiento disminuye de 640 galones a 512 galones.

PASO 1 El cambio es una disminución. Halla la cantidad de la disminución: $640 - 512 = 128$.

PASO 2 Halla el porcentaje de cambio.

$$\begin{aligned} \text{porcentaje de cambio} &= \frac{\text{cantidad de cambio}}{\text{cantidad original}} \\ &= \frac{128}{640} \\ &= \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \end{aligned}$$

Escribe la fórmula.

Reemplaza.

Divide. Escribe el cociente como un porcentaje.

Entonces, el porcentaje de cambio es una disminución del 20%.

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Explica qué significa que un precio aumente en 100%.

Comparte y muestra



Usa estos pasos para hallar el porcentaje de cambio de los precios del anuncio que está a la derecha.

Tren de juguete
Precio original: \$50
¡Ahora rebajado a \$29!

1. Indica si el cambio es un aumento o una disminución. Luego halla la cantidad de cambio.

2. Reemplaza los valores de la fórmula y divide.

3. Escribe el cociente como un porcentaje.

Halla el porcentaje de cambio. Rotula el cambio como aumento o disminución.

4. 60 aumenta a 75.

5. 1,200 disminuye a 1,176.

Por tu cuenta

Halla el porcentaje de cambio. Rotula el cambio como aumento o disminución.

6. 85 aumenta a 119.

7. 5 disminuye a 4.

8. 35 disminuye a 21.

9. 22 aumenta a 44.

10. 18 aumenta a 26.1.

11. 700 aumenta a 777.

Resolución de problemas



12. El dueño de una tienda compra collares a un fabricante de joyas a \$25 cada uno. Luego el dueño vende los collares a \$40 cada uno. ¿Cuál es el porcentaje de cambio del precio?

13. El sábado, 400 personas asistieron al festival de una escuela. El domingo, 366 personas asistieron al festival. ¿Cuál es el porcentaje de cambio de la asistencia al festival del sábado al domingo?

 **Revisión**

Conceptos y destrezas

Simplifica la fracción compleja. Escribe tu resultado en su mínima expresión.

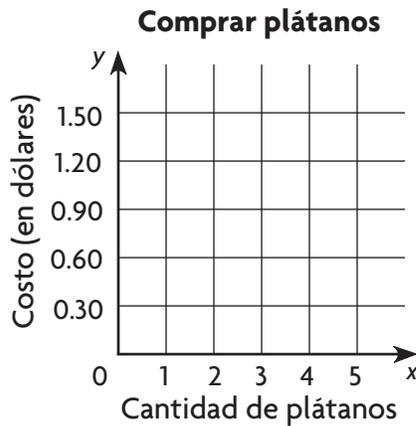
1. $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}$

2. $\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}}$

3. $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{10}}$

Los plátanos cuestan \$0.30 cada uno. Usa esta información para resolver los ejercicios 4 a 6.

- 4. Sea x la cantidad de plátanos. Sea y el costo. Escribe una ecuación que relacione x e y .
- 5. Indica la constante de proporcionalidad.
- 6. Representa gráficamente la ecuación que escribiste en el Ejercicio 4.



Resolución de problemas



7. Joelle hizo 3 pulseras en 15 minutos, 4 pulseras en 20 minutos y 6 pulseras en 30 minutos. ¿La relación entre la cantidad de pulseras y el tiempo es una relación proporcional? Si es así, ¿cuál es la tasa por unidad?

8. Una calculadora que generalmente se vende a \$45 está en oferta con el 20% de descuento. ¿Cuál es la cantidad del descuento?

9. La cantidad de socios del Club de Servicios aumentó de 18 a 27. ¿Cuál es el porcentaje de cambio del total de socios?

Nombre _____

Sumar expresiones algebraicas

Pregunta esencial ¿Cómo puedes sumar expresiones algebraicas?

Soluciona el problema En el mundo

Durante el entrenamiento de atletismo, Steven corre vueltas a la pista y luego corre *cross*. La expresión $3x + 2$ representa la distancia en millas que corrió el lunes, donde x es la longitud en millas de cada vuelta a la pista. La expresión $4x + 3$ representa la distancia en millas que corrió el martes. Escribe y simplifica una expresión que muestre la distancia total en millas que corrió Steven en los dos días.

Día	Vueltas	Distancia <i>cross</i> (en mi)
Lunes	3	2
Martes	4	3



Escribe y simplifica una expresión algebraica para la distancia total.

PASO 1 Escribe la expresión algebraica para la distancia total.

$$\begin{array}{cc} \text{lunes} & \text{martes} \\ \downarrow & \downarrow \\ (3x + 2) & + (4x + 3) \end{array}$$

PASO 2 Usa la propiedad asociativa de la suma para eliminar los paréntesis.

$$3x + 2 + 4x + 3$$

PASO 3 Combina los términos semejantes para simplificar la expresión.

Usa la propiedad conmutativa de la suma para reordenar los términos.

$$3x + 4x + 2 + 3$$

Usa paréntesis para agrupar los términos semejantes.

$$(3x + 4x) + (2 + 3)$$

Combina los términos semejantes.

$$7x + 5$$

Entonces, la expresión simplificada $7x + 5$ representa la distancia total en millas. Steven corrió $7x + 5$ millas el lunes y el martes.

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Explica cómo puedes identificar términos semejantes en una expresión algebraica.

Comparte y muestra



Halla la suma de las expresiones $(5y + 29)$ y $(8 + 6y)$.

1. Escribe la expresión algebraica del total.

2. Usa la propiedad asociativa de la suma para eliminar los paréntesis.

3. Usa la propiedad conmutativa de la suma para reordenar los términos.

4. Usa paréntesis para agrupar los términos semejantes.

5. Combina los términos semejantes.

Halla la suma de las expresiones.

6. $(x + 12) + (11 + 2x)$

7. $(4s + 1) + (8s + 14)$

8. $(1 + 41y) + (6y + 2)$

Por tu cuenta

Halla la suma de las expresiones.

9. $(10t + 7) + (8 + 3t)$

10. $(8 + 3x) + (11 + 17x)$

11. $(9 + 19c) + (18c + 4)$

12. $(16y + 0) + (y + 23)$

13. $(45t + 27) + (23t + 32)$

14. $(35 + 6x) + (6 + x)$

Resolución de problemas



15. Zoe compra por correo 3 libros para su amiga Amelia y 4 libros para su amigo Edward. Paga \$5 por cargos adicionales de envío por el pedido de Amelia y \$7 por el pedido de Edward. Simplifica la expresión $(3c + 5) + (4c + 7)$, donde c representa el costo de cada libro, para hallar cuánto gastó Zoe en total por los dos pedidos.

16. Molly trabaja 4 horas el sábado y gana \$22 adicionales en propinas. El domingo, trabaja 6 horas y gana \$15 adicionales en propinas. Simplifica la expresión $(4h + 22) + (6h + 15)$, donde h representa la cantidad que le pagan por hora, para hallar la cantidad total que ganó el fin de semana.

Nombre _____

Resolver ecuaciones de dos pasos

Pregunta esencial ¿Cómo resuelves ecuaciones de dos pasos?

Soluciona el problema En el mundo

Olivia compra por correo 5 kits de cuentas. Paga \$7 por el envío y el costo total del pedido es \$52. Resuelve la ecuación $5p + 7 = 52$ para hallar el precio p en dólares de cada kit de cuentas.

Idea matemática

Imagina que Olivia tenía un cupón de descuento. ¿Qué operación indicaría esto?



Resuelve la ecuación para hallar el precio de cada kit de cuentas.

PASO 1 Escribe la ecuación.

$$5p + 7 = 52$$

PASO 2 Usa las propiedades de la igualdad y las operaciones inversas para que la variable quede sola en un lado. Primero cancela la suma o la resta y luego cancela la multiplicación o la división.

Cancela la suma. Resta 7 en ambos lados.

$$\begin{aligned} 5p + 7 - 7 &= 52 - 7 \\ 5p &= 45 \end{aligned}$$

Cancela la multiplicación. Divide ambos lados entre 5.

$$\begin{aligned} \frac{5p}{5} &= \frac{45}{5} \\ p &= 9 \end{aligned}$$

Entonces, el precio de cada kit de cuentas es \$9.

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Explica cómo sabes que el resultado es correcto.

¡Inténtalo! Indica cómo despejar la x de la ecuación.

A. $6x - 9 = 15$

Comparte y muestra



1. Resuelve la ecuación $\frac{1}{4}c + 6 = 18$.

Primero _____ para cancelar la _____.

Luego _____ para cancelar la _____.

$c =$ _____

Resuelve la ecuación.

2. $12x + 2 = 38$

3. $\frac{1}{3}y - 5 = 3$

4. $3 + 7p = 52$

Por tu cuenta

Resuelve la ecuación.

5. $23 + 4t = 59$

6. $2x - 8 = 64$

7. $5r + 30 = 105$

8. $\frac{1}{2}p + 15 = 29$

9. $3c + 58 = 97$

10. $6y - 37 = 29$

Resolución de problemas



11. Leo comenzó una ronda de un concurso de preguntas y respuestas con 65 puntos. Respondió las 5 preguntas de la ronda correctamente. El puntaje de Leo al finalizar la ronda era 105 puntos. Resuelve la ecuación $65 + 5p = 105$ para hallar la cantidad de puntos p que ganó Leo por cada respuesta correcta.

12. Para reparar una bicicleta, un taller cobra una tarifa de \$11, más \$13 por cada hora que el mecánico trabaja con la bicicleta. Minh pagó \$63 para que repararan su bicicleta. Resuelve la ecuación $11 + 13h = 63$ para hallar la cantidad de horas h que el mecánico trabajó con la bicicleta de Minh.

Nombre _____

Resolver desigualdades

Pregunta esencial ¿Cómo puedes resolver desigualdades?

Resolver desigualdades es muy parecido a resolver ecuaciones. Para resolver una desigualdad, debes colocar la variable sola de un lado usando las propiedades de la desigualdad y las operaciones inversas.

Propiedades de suma y resta de la desigualdad

Puedes sumar o restar el mismo número en ambos lados de una desigualdad y la desigualdad seguirá siendo verdadera.

$$\begin{aligned} 3 + 2 &< 8 \\ 3 + 2 - 2 &< 8 - 2 \\ 3 + 0 &< 6 \\ 3 &< 6 \end{aligned}$$

Propiedades de multiplicación y división de la desigualdad

Puedes multiplicar o dividir en ambos lados de una desigualdad con el mismo número positivo y la desigualdad seguirá siendo verdadera.

$$\begin{aligned} 2 \times 4 &> 6 \\ \frac{2 \times 4}{2} &> \frac{6}{2} \\ 1 \times 4 &> 3 \\ 4 &> 3 \end{aligned}$$

¡Soluciona el problema En el mundo

Una persona debe medir al menos 50 pulgadas de estatura para que le permitan subir a una montaña rusa. Belinda mide 38 pulgadas de estatura. Se puede usar la desigualdad $38 + n \geq 50$ para hallar la cantidad de pulgadas, n , que Belinda debe crecer para poder subir a la montaña rusa. Resuelve la desigualdad. Explica lo que significa la solución.



Resuelve la desigualdad.

PASO 1 Escribe la desigualdad.

$$38 + n \geq 50$$

PASO 2 Usa las propiedades de la desigualdad y las operaciones inversas para que quede la variable sola de un lado.

$$38 - 38 + n \geq 50 - 38$$

Cancela la suma. Resta 38 en ambos lados.

$$n \geq 12$$

Entonces, la solución de la desigualdad es $n \geq 12$.

Esto significa que Belinda debe crecer 12 pulgadas o más para poder subir a la montaña rusa. Si crece 12 pulgadas o más podrá subirse a la montaña rusa.

Idea matemática

Las desigualdades pueden tener más de una solución. *Cualquier* valor de n que sumado a 38 da un total de más de 50 es una solución para la desigualdad.

$$38 + n \geq 50$$

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Describe la operación inversa que usarías para resolver $3x < 18$.

Comparte y muestra



1. Resuelve la desigualdad $2s \geq 6$.

Usa las propiedades de la desigualdad y las operaciones inversas para que la variable quede sola de un lado.

_____ para cancelar la multiplicación.

La solución es _____.

Resuelve la desigualdad.

2. $x + 3 < 4$

3. $n - 12 > 10$

4. $\frac{p}{3} \geq 9$

Por tu cuenta

Resuelve la desigualdad.

5. $n + 5 < 9$

6. $x - 1 \leq 0$

7. $7c > 7$

8. $\frac{m}{2} \geq 2$

9. $a + 16 > 26$

10. $y - 5 \geq 19$

Resolución de problemas



11. Un elefante pesa más de 30 veces lo que pesa un tigre. Un elefante promedio pesa 12,000 libras. Para hallar el peso posible p en libras del tigre, se puede usar la desigualdad $30p < 12,000$. Resuelve la desigualdad y explica lo que significa la solución.

12. Se puede usar la desigualdad $m + 12 \leq 20$ para hallar la cantidad de dinero d en dólares que Nolan puede gastar en un circo. Resuelve la desigualdad y explica lo que significa la solución.

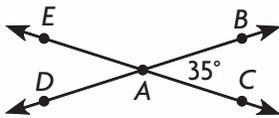
Nombre _____

Ángulos opuestos por el vértice

Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar la medida desconocida de ángulos opuestos por el vértice?

Soluciona el problema

Los **ángulos opuestos por el vértice** se forman cuando dos líneas o segmentos se intersecan. Los ángulos opuestos por el vértice son ángulos congruentes opuestos.



- $\angle EAB$ y $\angle DAC$ son ángulos opuestos por el vértice.
- $\angle BAC$ y $\angle EAD$ son ángulos opuestos por el vértice.



Halla la medida de $\angle EAD$.

PIENSA: Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

- $\angle BAC$ y $\angle EAD$ son ángulos opuestos por el vértice, entonces la medida de $\angle BAC =$ a la medida de $\angle EAD$.
- La medida de $\angle BAC$ es 35° .

Entonces, la medida de $\angle EAD$, escrita $m\angle EAD$, es _____.



Halla la medida de $\angle EAB$ y $\angle DAC$.

PIENSA: Un ángulo llano mide 180° .

- Juntos, $\angle EAB$ y $\angle BAC$ forman un ángulo llano, $\angle EAC$.
- Resta a _____ la medida de $\angle BAC$ para hallar

la medida de $\angle EAB$. $180^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Puesto que $\angle EAB$ y $\angle DAC$ son ángulos opuestos por el vértice y la medida de

$\angle EAB$ es _____, la medida de $\angle DAC$ es _____.

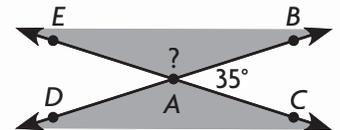
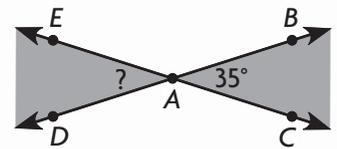
¡Inténtalo!

Materiales ■ transportador

- Dibuja dos líneas secantes. Mide un ángulo con un transportador.
- Usa lo que sabes sobre los ángulos opuestos por el vértice y los ángulos llanos para hallar y rotular la medida de los otros tres ángulos.

- ¿Qué es verdadero sobre los ángulos congruentes?

- ¿Cuál es la medida de un ángulo llano?

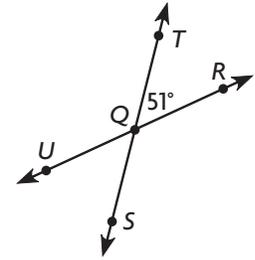


Comparte y muestra



Usa el dibujo para hallar la medida de los ángulos de los ejercicios 1 a 3.

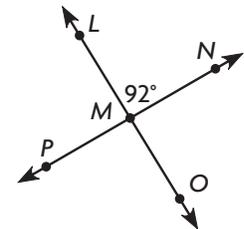
- $m\angle SQR = 180^\circ - 51^\circ =$ _____
- $m\angle UQS =$ _____
- $m\angle UQT =$ _____



Por tu cuenta

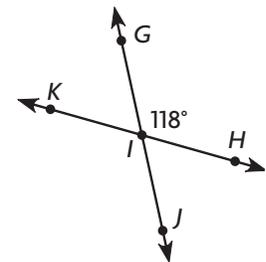
Usa el dibujo para hallar la medida de los ángulos de los ejercicios 4 a 6.

- $m\angle PMO =$ _____
- $m\angle LMP =$ _____
- $m\angle NMO =$ _____



Usa el dibujo para hallar la medida de los ángulos de los ejercicios 7 a 9.

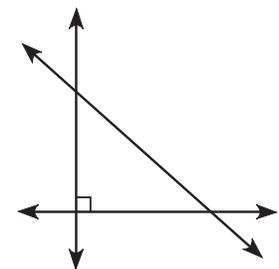
- $m\angle HIJ =$ _____
- $m\angle JIK =$ _____
- $m\angle KIG =$ _____



Resolución de problemas

- Dos líneas secantes forman ángulos opuestos por el vértice que no son obtusos ni agudos. Describe los ángulos que se forman y haz un bosquejo de las líneas.

- La figura de la derecha muestra tres líneas que se intersecan para formar un triángulo rectángulo isósceles. ¿Cuántos ángulos agudos se forman? **Explica** por qué son todos congruentes.



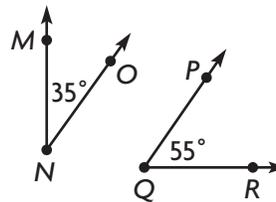
Nombre _____

Ángulos complementarios y suplementarios

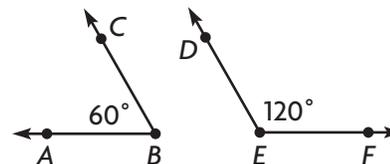
Pregunta esencial ¿Cómo puedes hallar la medida desconocida de ángulos complementarios o suplementarios?

Cuando la suma de las medidas de dos ángulos es igual a 90° , los ángulos son **ángulos complementarios**. Los ángulos no necesitan ser adyacentes para ser complementarios. Por ejemplo, $\angle MNO$ y $\angle PQR$ son complementarios y cada ángulo es el complemento del otro.

Cuando la suma de las medidas de dos ángulos es igual a 180° , los ángulos se llaman **ángulos suplementarios**. Puedes demostrar que $\angle ABC$ y $\angle DEF$ son suplementarios si sumas sus medidas.



$$35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$$



$$60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

¡Soluciona el problema! En el mundo

La figura muestra las vigas de una rampa para patinetas en forma de U. Halla $m\angle TQG$.

$\angle TQY$ es un ángulo recto, entonces mide _____.

$\angle TQG$ y $\angle GQY$ juntos forman $\angle TQY$, entonces son ángulos _____.



Halla la medida desconocida del ángulo.

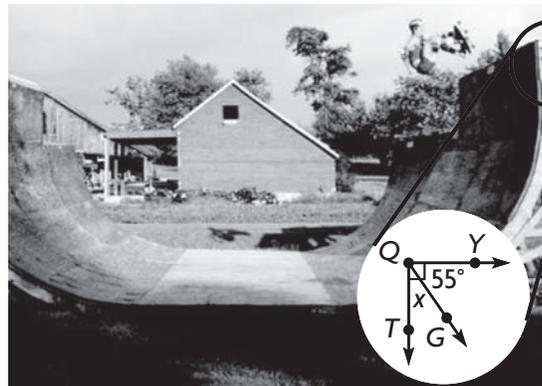
PASO 1 La suma de las medidas de los ángulos complementarios es 90° .

PASO 2 Sustituye las medidas de los ángulos.

PASO 3 Usa las propiedades de la igualdad para resolver la ecuación.

Simplifica.

Entonces, $m\angle TQG$ es 35° .



$$m\angle TQG + m\angle GQY = 90^\circ$$

$$x + 55^\circ = 90^\circ$$

$$x + 55^\circ - 55^\circ = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

$$x = 35^\circ$$

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Explica si es posible que dos ángulos sean congruentes y complementarios.

¡Inténtalo! Halla $m\angle ABD$.

$\angle ABC$ es un ángulo llano, entonces mide _____, $\angle ABD$ y $\angle CBD$ juntos forman $\angle ABC$, entonces son ángulos _____.

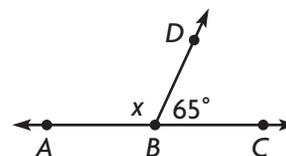
$$m\angle ABD + m\angle CBD = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Entonces, $m\angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}$.



Comparte y muestra



1. Halla la medida desconocida del ángulo.

PASO 1 Los ángulos son _____.

$$m\angle PQS + m\angle SQR = \underline{\hspace{2cm}}$$

PASO 2 Sustituye las medidas de los ángulos.

$$\underline{\hspace{2cm}} + x = \underline{\hspace{2cm}}$$

PASO 3 Resuelve la ecuación usando las propiedades de la igualdad.

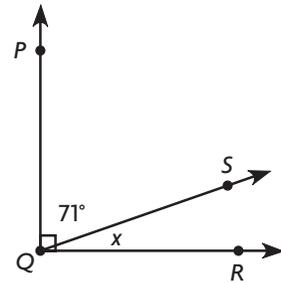
Resta _____ en ambos lados.

$$\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} + x = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$$

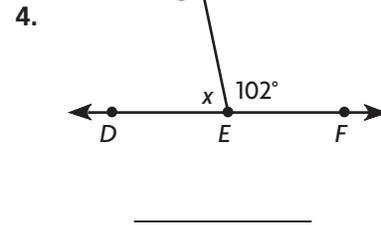
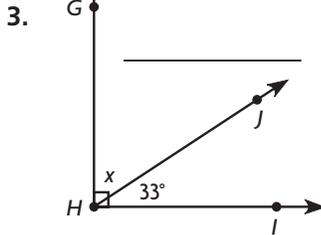
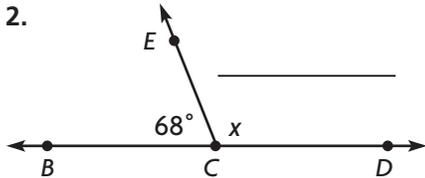
Simplifica.

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

Entonces, $m\angle SQR$ es _____.

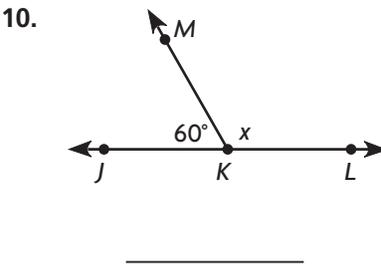
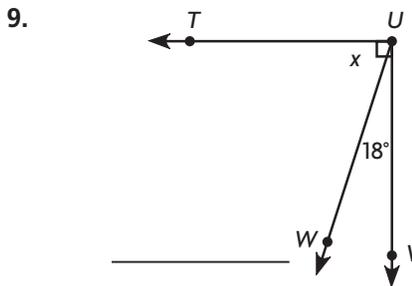
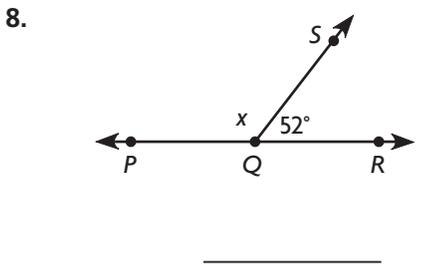
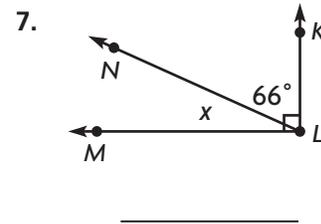
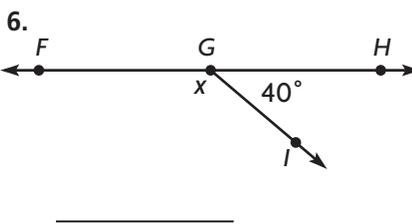
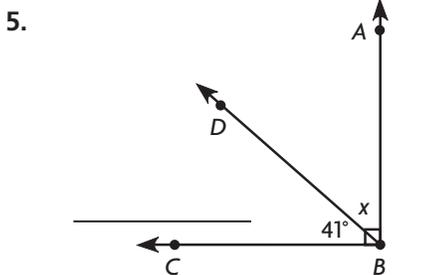


Halla la medida desconocida del ángulo.



Por tu cuenta

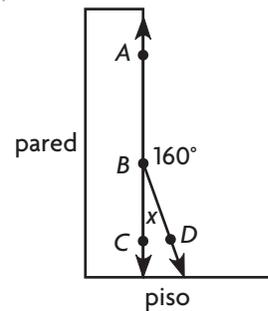
Halla la medida desconocida del ángulo.



Resolución de problemas



11. La figura muestra una rampa que termina en una pared. Halla $m\angle CBD$.



Nombre _____

Partes de un círculo

Pregunta esencial ¿Cómo puedes identificar y dibujar las partes de un círculo?

Un **círculo** es una figura cerrada formada por puntos que se encuentran a la misma distancia de un punto llamado **centro**. Un círculo recibe el nombre de su punto central. Otras partes de un círculo incluyen:

- Un **radio** es un segmento que tiene un extremo en el centro del círculo y el otro extremo sobre el círculo.
- Una **cuerda** es un segmento que tiene sus dos extremos sobre el círculo.
- Un **diámetro** es una cuerda que atraviesa el centro del círculo.

Soluciona el problema En el mundo

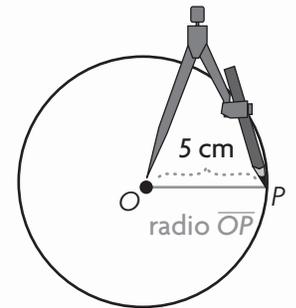
Usa un compás para dibujar y rotular las partes de un círculo.

Actividad

Materiales ■ compás, escuadra

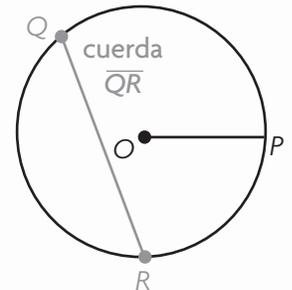
A Dibuja el círculo O con radio \overline{OP} que mide 5 centímetros.

- Marca y rotula el punto central O . Coloca la punta del compás sobre el punto.
- Abre el compás 5 centímetros y dibuja el círculo.
- Rotula el punto P en el borde del círculo.
- Con una escuadra, dibuja el radio \overline{OP} .



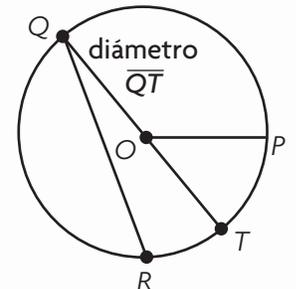
B Dibuja la cuerda \overline{QR} sobre el círculo O .

- Rotula los puntos Q y R en el círculo.
- Usa una escuadra y conecta Q y R para crear la cuerda \overline{QR} .



C Dibuja el diámetro \overline{QT} sobre el círculo O .

- Dibuja un segmento que incluya el punto Q y atravesase el centro.
- Rotula el punto T donde el segmento toca el otro lado del círculo.



Charla matemática

Prácticas matemáticas

¿Cuál es la relación entre la longitud del diámetro y la longitud del radio?

Comparte y muestra

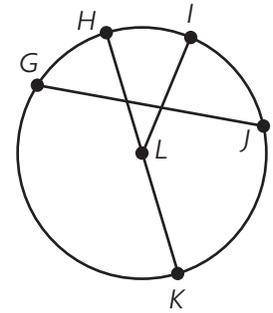


Dibuja y rotula un círculo con un radio de 4 cm.
Luego marca y rotula lo siguiente.

1. centro O
2. radio \overline{OB}
3. cuerda \overline{CD}
4. diámetro \overline{BE}

Identifica las partes del círculo que se muestra abajo.

- | | |
|---------------|----------------|
| 5. el centro | 6. un radio |
| _____ | _____ |
| 7. una cuerda | 8. un diámetro |
| _____ | _____ |



Por tu cuenta

Dibuja y rotula un círculo con un radio de 6 cm.
Luego marca y rotula lo siguiente.

9. centro A
10. radio \overline{AY}
11. cuerda \overline{MN}
12. diámetro \overline{XY}

Resolución de problemas



13. Dave necesita comprar acero para reemplazar 5 rayos rotos de la rueda de su bicicleta. Cada rayo es igual a la longitud del radio de la rueda. El diámetro de la rueda mide 24 pulgadas. ¿Cuántas pulgadas de acero necesita Dave para hacer 5 rayos?
- _____

Nombre _____

Estimar la circunferencia

Pregunta esencial ¿Qué relación hay entre el diámetro de un círculo y la circunferencia?

La **circunferencia** es la distancia del contorno de un círculo. Puedes estimar la circunferencia de un círculo con una regla y una cuerda.



Idea matemática

El diámetro es un segmento que atraviesa el centro de un círculo y tiene sus dos extremos sobre el círculo.

Actividad

En esta actividad, explorarás la relación que existe entre el diámetro de un círculo y su circunferencia.

Materiales: compás, regla en centímetros, cuerda y calculadora

- PASO 1** Dibuja un círculo con un compás. Marca el centro del círculo. Dibuja un diámetro que atraviese el centro del círculo con una regla.
- PASO 2** Mide el diámetro del círculo al milímetro más próximo. Anota la medida.
- PASO 3** Coloca la cuerda alrededor del círculo. Marca el lugar de la cuerda donde esta se encuentra con el extremo.
- PASO 4** Mide la cuerda con una regla desde el extremo hasta la marca que hiciste. Mide al milímetro más próximo. Anota la medida.
- PASO 5** Divide la circunferencia del círculo entre el diámetro con una calculadora. Anota el resultado.
- PASO 6** Haz una tabla como la de abajo en el pizarrón y muestra tus resultados y los de otros estudiantes.

Circunferencia (C)	Diámetro (d)	$C \div d$

- Compara tus resultados con los de otros estudiantes. ¿Cuál parece ser la razón aproximada $\frac{C}{d}$ para cualquier círculo?

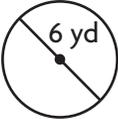
Comparte y muestra



Dibuja un círculo de 4 cm de radio con un compás. Úsalo para responder las preguntas 1 a 4.

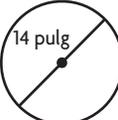
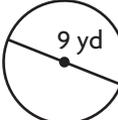
1. ¿Cuál es el diámetro del círculo? _____
2. Mide la circunferencia del círculo con una cuerda, como lo hiciste en la actividad.
Estima la longitud de la circunferencia. _____
3. Estima la razón entre la circunferencia y el diámetro del círculo. _____
4. Si conoces el diámetro de un círculo, ¿cómo puedes usar la razón que hallaste para estimar la circunferencia? _____

Estima la circunferencia del círculo.

- | | | | |
|--------------------------|---|--|---|
| 5. radio = 8 cm
_____ | 6. 
_____ | 7. 
_____ | 8. 
_____ |
|--------------------------|---|--|---|

Por tu cuenta

Estima la circunferencia del círculo.

- | | | |
|--|--|--|
| 9. 
_____ | 10. 
_____ | 11. 
_____ |
| 12. 
_____ | 13. 
_____ | 14. 
_____ |

Resolución de problemas



- | | |
|--|--|
| 15. El diámetro de la esfera del reloj Big Ben en Londres mide 23 pies. Estima la circunferencia.

_____ | 16. Es probable que el reloj del centro comercial Cevahir de Turquía sea el más grande del mundo. El diámetro de su esfera mide 118 pies. Una cancha de fútbol americano mide 100 yardas de longitud. ¿Qué relación hay entre la circunferencia del reloj de Cevahir y la longitud de una cancha de fútbol americano?

_____ |
|--|--|

Nombre _____

✓ Revisión

Conceptos y destrezas

Resuelve la ecuación.

1. $\frac{x}{7} - 8 = 0$

2. $13p + 19 = 97$

3. $3c - 42 = 15$

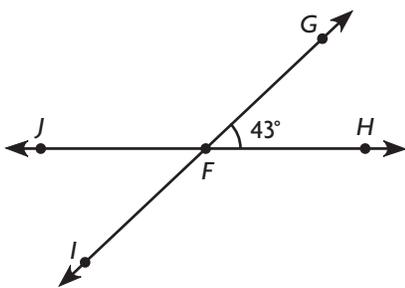
Resuelve la desigualdad.

4. $8y - 55 < 129$

5. $21 + 16k \geq 101$

6. $82 + \frac{p}{4} > 96$

Usa el dibujo para hallar la medida del ángulo en los ejercicios 7 a 9.

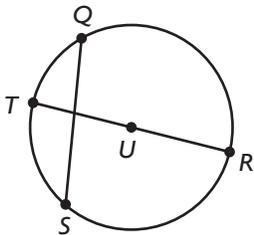


7. $m\angle JFG$

8. $m\angle JFI$

9. $m\angle IFH$

Usa el dibujo para identificar las partes del círculo en los ejercicios 10 a 12.

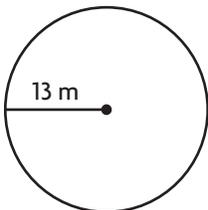


10. el centro

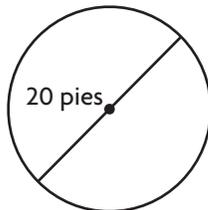
11. un radio

12. una cuerda

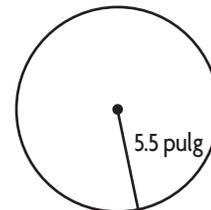
Estima la circunferencia del círculo.



13. _____



14. _____



15. _____

Elige la letra de la respuesta correcta.

16. El jueves, Gia tomó dos clases de aerobics y caminó 20 minutos más en la cinta de caminar. El viernes, tomó 1 clase de aerobics y caminó 35 minutos más en la cinta. Simplifica la expresión $(2m + 35) + (3m + 15)$, donde m representa la duración en minutos de cada clase, para mostrar la cantidad total de minutos que Gia ejercitó en esos dos días.

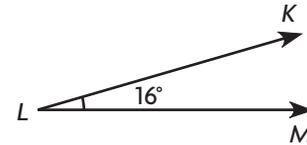
- (A) $5m + 20$
- (B) $5m + 50$
- (C) $6m + 20$
- (D) $6m + 50$

17. Hank y su amigo están dibujando un gran círculo para marcar los límites de un juego. Hank sostiene un extremo de una cuerda y se ubica en el lugar donde estará el centro del círculo. Su amigo sostiene el otro extremo de la cuerda y se ubica a 10 pies de distancia, donde estará el borde del círculo. La cuerda de 10 pies representa el radio del círculo. ¿Cuál será la circunferencia estimada?

- (A) 20 pies
- (B) 30 pies
- (C) 40 pies
- (D) 60 pies

18. Kyle dibujó $\angle KLM$ y debe dibujar el ángulo complementario. ¿Cuánto debe medir el nuevo ángulo?

- (A) 64°
- (B) 74°
- (C) 164°
- (D) 174°

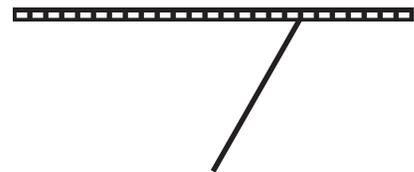


19. Carmen tiene una tarjeta de regalo de \$30 para gastar en su tienda en línea favorita. Desea comprar 4 pulseras. Sabe que todas las pulseras costarán lo mismo, pero también sabe que deberá abonar \$6 de gastos de envío. Usa la desigualdad $4p + 6 \leq 30$, donde p representa el costo de cada pulsera, para hallar el precio máximo que puede pagar por cada pulsera.

- (A) $p \leq \$5$
- (B) $p \leq \$6$
- (C) $p \leq \$8$
- (D) $p \leq \$9$

20. Emma observó la forma en que una de las líneas pintadas del estacionamiento se intersecaba con la acera. Incorrectamente, describió los ángulos formados como ángulos opuestos por el vértice. ¿Cuál de los siguientes términos describiría los ángulos correctamente?

- (A) agudos
- (B) complementarios
- (C) iguales
- (D) suplementarios



Nombre _____

Muestras y encuestas

Pregunta esencial ¿Cómo puedes obtener datos de un grupo de población mediante una muestra?

Una **encuesta** es un método para recopilar información sobre un grupo. Las encuestas suelen estar compuestas por preguntas u otros elementos que requieren una respuesta. Puedes hacer una encuesta a una población, es decir, a todo el grupo de individuos u objetos. Si la población es grande, puedes hacer una encuesta a una parte de la población, denominada **muestra**.

Soluciona el problema En el mundo

Ronie hace una encuesta a los estudiantes de su escuela sobre las coberturas de pizza que prefieren. Encuesta a los primeros 25 estudiantes que ingresan a la escuela el lunes por la mañana. ¿Qué método de muestreo usa?

Idea matemática

Subraya la oración que indica lo que debes hallar.



Identifica el método de muestreo.

Un **método de muestreo** es una manera de elegir una muestra de una población. En la tabla se resumen algunos métodos de muestreo.

Método de muestreo	Definición	Ejemplo
Muestreo aleatorio	Todos los individuos u objetos tienen la misma probabilidad de ser elegidos para la encuesta.	Se asigna un número a cada estudiante de la escuela. Luego se usa una computadora para elegir números al azar.
Muestreo de conveniencia	Para hacer la encuesta, se eligen los individuos u objetos a los que se puede acceder con facilidad.	Se elige una ubicación conveniente, como la biblioteca, y se hace una encuesta a los estudiantes que ingresan.
Muestreo sistemático	Al comienzo, se elige un individuo u objeto al azar y luego se usa un patrón para elegir a los demás individuos u objetos.	Se elige al azar un nombre de una lista de todos los estudiantes y luego se elige el décimo nombre después de ese, y así sucesivamente.

Describe cómo elige Ronie la muestra para su encuesta.

Entonces, usa el muestreo _____.



Prácticas matemáticas

Describe por qué alguien podría usar un muestreo de conveniencia en vez de una muestra al azar.

¡Inténtalo!

Meg hace una encuesta similar. Elige un nombre al azar de una lista con todos los estudiantes de la escuela. Luego elige el decimoquinto nombre después de ese, y así sucesivamente. ¿Qué método de muestreo usa?

Comparte y muestra



Identifica el método de muestreo.

1. Brianna elige 20 nombres al azar de una base de datos con todos los estudiantes de su escuela.

Todos los estudiantes tienen la misma probabilidad de ser elegidos. Entonces, el método que usa Brianna es el

2. Jorge elige un nombre al azar de una lista de teléfonos de todos los empleados de su empresa. Luego elige el décimo nombre después de ese, y así sucesivamente.
-

Por tu cuenta

Identifica el método de muestreo.

3. Mitchell se ubica a la salida de una estación de trenes y hace una encuesta a 25 pasajeros cuando salen de la estación.
-

4. Marie quiere hacer una encuesta a los dueños de las tiendas de mascotas de su ciudad. Elige una tienda de mascotas de la guía telefónica. Luego elige la tercera tienda después de esa, y así sucesivamente.
-

5. Un cocinero elige al azar 20 nombres de una lista de clientes y les hace una encuesta para saber si están satisfechos con el servicio.
-

6. Ray quiere saber cuántos libros leen por mes las personas que viven en su pueblo. Hace una encuesta a las primeras 50 personas que ingresan a la tienda de comestibles.
-

Resolución de problemas



7. Una encargada quiere saber cuántas de las bombillas que produce una fábrica pueden estar defectuosas. Elige al azar y prueba 30 de las bombillas que produjo la fábrica. Identifica el método de muestreo que usa.
-

8. Lashonda quiere saber cuál es el tipo de música favorito de los adolescentes de su pueblo. Hace una encuesta a 10 estudiantes que almuerzan cerca de donde está ella. Identifica el método de muestreo que usa.
-

Nombre _____

Hacer predicciones a partir de muestras

Pregunta esencial ¿Cómo puedes usar una muestra para hacer una predicción sobre un grupo de población?

Puedes usar razones equivalentes para hacer predicciones sobre una muestra.

Soluciona el problema En el mundo

En la Escuela Intermedia Webb, hay 90 estudiantes de sexto grado. De una muestra de 25 de ellos elegidos al azar, 20 dijeron que ejercitan más de 3 horas por semana. Usa la muestra para predecir cuántos estudiantes de sexto grado de la Escuela Intermedia Webb ejercitan más de 3 horas por semana.

Usa una tasa por unidad para hallar razones equivalentes.

PASO 1

Escribe razones que comparen la cantidad de estudiantes que ejercitan más de 3 horas por semana con la cantidad total de estudiantes.

$$\frac{20}{25} = \frac{\square}{90}$$

PASO 2

90 no es múltiplo de 25.

Escribe la razón conocida como una tasa por unidad.

$$\frac{20 \div \square}{25 \div 25} = \frac{\square}{90}$$

$$\frac{\square}{1} = \frac{\square}{90}$$

PASO 3

Multiplica el _____ y el _____ por el mismo valor para escribir una razón equivalente.

Piensa: Multiplica 1 por _____ para obtener 90.

Entonces, también multiplica el numerador por _____.

$$\frac{0.8 \cdot \square}{1 \cdot \square} = \frac{\square}{90}$$

Entonces, según la muestra, puedes predecir que _____ de los 90 estudiantes de sexto grado de la Escuela Intermedia Webb pasan más de 3 horas por semana ejercitando.

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Explica cómo sabes que tu predicción es razonable.

Comparte y muestra



1. Hay 80 niños inscritos en una competencia de natación. De una muestra de 15 niños elegidos al azar, 3 tenían más de 12 años de edad. Usa la muestra para predecir cuántos participantes tienen más de 12 años.

$$\frac{3}{15} = \frac{\square}{80}$$
$$\frac{3 \div \square}{15 \div 15} = \frac{\square}{80}$$
$$\frac{\square}{1} = \frac{\square}{80}$$
$$\frac{0.2 \cdot \square}{1 \cdot \square} = \frac{\square}{80}$$

2. En una tienda de revistas de historietas hay 80 títulos diferentes. De una muestra de 10 títulos elegidos al azar, 2 se publicaron el año pasado. Usa la muestra para predecir cuántos títulos de la tienda se publicaron el año pasado.

3. Annita tiene 300 canciones en su computadora. De una muestra de 12 canciones elegidas al azar, 4 canciones eran de *rock*. Usa la muestra para predecir cuántas canciones de *rock* tiene Annita.

Por tu cuenta

4. En un concesionario de carros, hay 200 carros en el estacionamiento. De una muestra de 25 carros elegidos al azar, 6 son blancos. Usa la muestra para predecir cuántos carros del concesionario son blancos.

5. Un libro de matemáticas de sexto grado tiene 480 páginas. De una muestra de 40 páginas elegidas al azar, 15 tienen ilustraciones en color. Usa la muestra para predecir cuántas páginas del libro tienen ilustraciones en color.

Resolución de problemas



6. En la Escuela Intermedia Riverdale hay 170 estudiantes. De una muestra de 30 estudiantes elegidos al azar, 12 dijeron que irían a la obra de teatro. Usa la muestra para predecir cuántos estudiantes de esa escuela irán a la obra de teatro.

7. La fábrica Trastos produce 500 artículos por hora. De una muestra de 20 artículos elegidos al azar, 2 estaban defectuosos. Usa la muestra para predecir cuántos artículos defectuosos se producen en una hora.

Comparte y muestra



Una flecha giratoria tiene 10 secciones del mismo tamaño numeradas del 1 al 10. Describe las posibilidades de que ocurra cada suceso como *imposible*, *improbable*, *tan posiblemente sí como no*, *probable* o *seguro*.

1. hacer girar la flecha y sacar un 4 o un 5

2. hacer girar la flecha y sacar un número mayor que 2

3. hacer girar la flecha y sacar un número par

4. hacer girar la flecha y sacar un número menor que 9

Por tu cuenta

En un frasco hay 10 canicas. Hay 1 canica verde, 1 roja y 8 azules. Se saca una canica al azar. Describe cada suceso como *imposible*, *improbable*, *tan posiblemente sí como no*, *probable* o *seguro*.

5. sacar una canica azul

6. sacar una canica amarilla

Describe cada suceso como *imposible*, *improbable*, *tan posiblemente sí como no*, *probable* o *seguro*.

7. La probabilidad de que Jack arroje una pelota de papel y entre en una papelera es del 16%.

8. Hay un 50% de probabilidad de que nieve el martes.

Resolución de problemas



9. La probabilidad de que Marguerite gane un juego es del 20%. Describe el suceso de que gane como imposible, improbable, tan posiblemente sí como no, probable o seguro.

10. Una flecha giratoria tiene 5 secciones del mismo tamaño. Las secciones están numeradas del 1 al 5. Si Jeff hace girar la flecha, describe la probabilidad de que saque un número menor que 5.

Nombre _____

Escribir probabilidades

Pregunta esencial ¿Cómo puedes escribir la probabilidad de que ocurra un suceso?

Puedes escribir la probabilidad de que ocurra un suceso como una fracción, un número decimal o un porcentaje.

Soluciona el problema

En un restaurante se está haciendo una entrega de premios. La probabilidad de que un cliente gane un premio es $\frac{1}{8}$. Escribe esta probabilidad como un número decimal y como un porcentaje.

PASO 1 Escribe la probabilidad como un número decimal. Divide el numerador entre el denominador.

$$\frac{1}{8} = 1 \div 8$$

8)1.000
8
—
20
16
—
40
40
—

$$\frac{1}{8} = 1 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$$

PASO 2 Escribe la probabilidad como un porcentaje. Multiplica el número decimal por 100 e incluye un signo de porcentaje.

$$0.125 = \underline{\hspace{2cm}}$$

PASO 3 Comprueba que 12.5% sea correcto.

$$12.5\% = \frac{12.5}{100} = \frac{125}{\boxed{\hspace{1cm}}} = \frac{\boxed{\hspace{1cm}}}{\boxed{\hspace{1cm}}}$$

Charla matemática

Prácticas matemáticas

Describe la probabilidad de que un cliente gane un premio.

¡Inténtalo! Escribe la probabilidad de dos maneras diferentes.

A. La probabilidad de que llueva el miércoles es del 85%.

Fracción: $\frac{85}{100} = \frac{\boxed{\hspace{1cm}}}{\boxed{\hspace{1cm}}}$

Número decimal: _____

B. La probabilidad de anotar un punto es 0.625.

Fracción: $\frac{\boxed{\hspace{1cm}}}{\boxed{\hspace{1cm}}}$

Porcentaje: _____

Comparte y muestra



Escribe la probabilidad de dos maneras diferentes.

1. La probabilidad de que una bombilla esté defectuosa es del 15%.

Fracción: $\frac{\square}{100} = \frac{\square}{\square}$

Número decimal: _____

2. La probabilidad de que hoy haya una tormenta eléctrica es 0.66.

Fracción: $\frac{\square}{100} = \frac{\square}{\square}$

Porcentaje: _____

Por tu cuenta

Escribe la probabilidad de dos maneras diferentes.

3. Sara elige al azar una galleta de un frasco. La probabilidad de que la galleta sea de mantequilla de cacahuete es $\frac{3}{5}$.

Número decimal: _____

Porcentaje: _____

4. La probabilidad de que un jugador gane un premio en una feria es del 5%.

Número decimal: _____

Fracción: _____

5. La probabilidad de que Jan anote un tiro libre es 0.94.

Porcentaje: _____

Fracción: _____

6. La probabilidad de que Max gane una competencia es $\frac{9}{20}$.

Número decimal: _____

Porcentaje: _____

Resolución de problemas



Escribe la probabilidad de dos maneras diferentes.

7. Un maestro elegirá al azar a un estudiante para que ayude con la decoración para el próximo baile. La probabilidad de que elija a Raymond es 0.08.

8. Melvin intenta arrojar una pelota dentro de un vaso. La probabilidad de que la pelota entre en el vaso es $\frac{27}{40}$.

Nombre _____

Probabilidad experimental

Pregunta esencial ¿Cómo puedes calcular la probabilidad experimental de que ocurra un suceso?

Una **prueba** es la realización de un experimento. La **probabilidad experimental** de un suceso es la razón de la cantidad de veces que ocurre el suceso a la cantidad total de pruebas del experimento.

Cada vez que se hace un experimento se llama una **prueba**.

Probabilidad experimental

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{cantidad de veces que ocurre el suceso}}{\text{cantidad total de pruebas}}$$

Soluciona el problema En el mundo

Una flecha giratoria tiene 16 secciones de color rojo, anaranjado, amarillo o verde. Carla hace girar la flecha 20 veces y anota los resultados en la tabla. Escribe cada probabilidad como una fracción, un número decimal y un porcentaje. ¿Qué color es el resultado más probable de una prueba?

Color	Frecuencia
Rojo	2
Anaranjado	11
Amarillo	4
Verde	3

Escribe cada probabilidad como una fracción, un número decimal y un porcentaje.

$$P(\text{rojo}) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \text{ ó } 0.1 \text{ ó } 10\%$$

$$P(\text{anaranjado}) = \frac{11}{20} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P(\text{amarillo}) = \frac{\boxed{}}{20} = \frac{1}{\boxed{}} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P(\text{verde}) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}}$$

Entonces, el color _____ es el resultado más probable de una prueba porque tiene la probabilidad experimental más alta.

Charla matemática **Prácticas matemáticas**

Explica cómo comparaste las probabilidades experimentales.

¡Inténtalo! Amirah y Scott lanzaron cada uno un cubo numerado al mismo tiempo y anotaron la suma. Hicieron 50 pruebas y sacaron una suma de 5 en siete ocasiones diferentes. Halla la probabilidad experimental de sacar una suma de 5.

$$P(5) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ de } \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}}\%$$

Comparte y muestra



Dylan saca al azar una canica de una bolsa y la vuelve a colocar. Hace lo mismo 40 veces en total y anota los resultados en la tabla. Usa la tabla para hallar la probabilidad experimental. Escribe la probabilidad como una fracción, un número decimal y un porcentaje.

Color	Roja	Azul	Verde
Frecuencia	12	20	8

1. $P(\text{roja})$

$$= \frac{\square}{40} = \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. $P(\text{azul})$

3. $P(\text{verde})$

Por tu cuenta

Una flecha giratoria tiene 10 secciones rotuladas del 1 al 10. Trey hace girar la flecha y cada vez que lo hace anota los resultados. Usa los resultados de la tabla para hallar la probabilidad experimental. Escribe la probabilidad como un porcentaje.

4. sacar un 4

5. sacar un 1

6. sacar un 7

7. sacar un 9 o un 10

9	2	3	10	8
3	2	6	5	8
1	4	9	3	4
1	10	2	1	6

Resolución de problemas



8. Ling lanzó dos monedas al mismo tiempo 5 veces. Los resultados fueron ZZ, ZC, ZC, CC y CZ. ¿Cuál es su probabilidad experimental de sacar dos veces cruz (Z)? Expresa tu resultado como un número decimal, una fracción y un porcentaje.

9. Se escriben las letras N, Ú, M, E, R y O en tarjetas y se colocan en una bolsa. Jack elige al azar varias veces una tarjeta y la vuelve a colocar en la bolsa. Halla la probabilidad experimental de sacar una M. Expresa tu resultado como un porcentaje.

Letra	N	Ú	M	E	R	O
Frecuencia	0	2	3	1	2	4

 **Revisión**

Conceptos y destrezas

Identifica el método de muestreo.

- Sam quiere saber cuál es el género de película favorito de sus compañeros de clase. Sam elige al azar 15 nombres de la lista de estudiantes de su clase.
- Shaelun quiere hallar el número de estudiantes de su escuela a los que les gustan las matemáticas. Shaelun les pregunta a las personas de su equipo en la clase de gimnasia.

Escribe la probabilidad de dos maneras diferentes.

- La probabilidad de que haya precipitaciones es del 30%.
- La probabilidad de sacar una carta de diamantes de un mazo de cartas estándar es $\frac{1}{4}$.

Fracción: _____ Número decimal: _____

Número decimal: _____ Porcentaje: _____

- La probabilidad de que Jiho saque una canica azul de una bolsa es 0.19.
- La probabilidad de que la flecha caiga en rojo cuando Yvette hace girar una rueda giratoria con premios es $\frac{1}{20}$.

Fracción: _____ Porcentaje: _____

Número decimal: _____ Porcentaje: _____

Resolución de problemas



Valerie pone algunas tarjetas en una bolsa. Cada tarjeta tiene un color. Valerie saca una tarjeta al azar y la vuelve a poner en la bolsa. Hace lo mismo 20 veces. Usa los resultados de la tabla para hallar la probabilidad experimental indicada. Expresa tu respuesta como un porcentaje.

Color	Rojo	Amarillo	Azul	Verde	Anaranjado	Morado	Negro	Café
Frecuencia	2	5	3	0	2	2	3	3

- ¿Cuál es la probabilidad experimental de sacar una tarjeta anaranjada?
- ¿Cuál es la probabilidad experimental de sacar una tarjeta amarilla?

Elige la letra de la respuesta correcta.

9. La probabilidad de que Jordan enceste un tiro libre en un partido de básquetbol es del 50%. ¿Qué expresión describe la probabilidad de que Jordan enceste un tiro libre?
- (A) imposible (C) tan posiblemente sí como no
(B) improbable (D) seguro
10. Hay 25 estudiantes en la clase de Winnie. En una muestra de 10 compañeros de clase elegidos al azar, 4 tienen perros. Usa la muestra para predecir cuántos estudiantes de la clase de Winnie tienen perros.
- (A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 12
11. Se inscribieron 140 estudiantes en la Escuela de Danza Madame LaComtesse. En una muestra al azar de 30 estudiantes, 6 dijeron que estarían interesados en la nueva clase de hip-hop. Según la muestra, ¿cuántos de los 140 estudiantes están interesados en la clase de hip-hop?
- (A) 6 (B) 18 (C) 24 (D) 28
12. Kyrán tiene 6 calcetines en una bolsa. Hay 4 calcetines blancos y 2 calcetines azules. ¿Qué término describe el suceso de sacar un calcetín blanco de la bolsa?
- (A) seguro (C) tan posiblemente sí como no
(B) probable (D) improbable
13. La probabilidad de que Yvette gane un juego es del 15%. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra esta probabilidad escrita de dos maneras?
- (A) 0.15 y $\frac{3}{10}$ (C) 0.15 y $\frac{3}{20}$
(B) 1.5 y $\frac{3}{10}$ (D) 15.0 y $\frac{3}{20}$
14. Nika tiene una bolsa con tarjetas y cada tarjeta tiene una figura. Nika saca una tarjeta al azar y la vuelve a poner en la bolsa. Hace lo mismo 12 veces. Usa los resultados de la tabla para hallar la probabilidad experimental de que Nika saque una tarjeta que tenga un corazón.
- (A) 25% (C) 0.20
(B) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{1}{3}$
15. Usa los resultados de la tabla para hallar la probabilidad experimental de que Nikasaque una tarjeta que NO tenga un triángulo.
- (A) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{12}$
(B) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{5}{6}$

Figura	Frecuencia
Cuadrado	2
Corazón	3
Rombo	5
Triángulo	2